**绝密★启用前**

2019年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设，则=

A．2 B． C． D．1

2．已知集合，则

A． B． C． D．

3．已知，则

A． B． C． D．

4．古希腊时期，人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是（≈0.618，称为黄金分割比例)，著名的“断臂维纳斯”便是如此．此外，最美人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是．若某人满足上述两个黄金分割比例，且腿长为105 cm，头顶至脖子下端的长度为26 cm，则其身高可能是



A．165 cm B．175 cm C．185 cm D．190 cm

5．函数*f*(*x*)=在[-π，π]的图像大致为

A． B．

C． D．

6．某学校为了解1 000名新生的身体素质，将这些学生编号为1，2，…，1 000，从这些新生中用系统抽样方法等距抽取100名学生进行体质测验.若46号学生被抽到，则下面4名学生中被抽到的是

A．8号学生 B．200号学生 C．616号学生 D．815号学生

7．tan255°=

A．-2- B．-2+ C．2- D．2+

8．已知非零向量***a***，***b***满足*=*2，且（***a***-***b***）***b***，则***a***与***b***的夹角为

A． B． C． D．

9．如图是求的程序框图，图中空白框中应填入



A．*A*= B．*A*= C．*A*= D．*A*=

10．双曲线*C*：的一条渐近线的倾斜角为130°，则*C*的离心率为

A．2sin40° B．2cos40° C． D．

11．△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知*a*sin*A*-*b*sin*B*=4*c*sin*C*，cos*A*=-，则=

A．6 B．5 C．4 D．3

12．已知椭圆*C*的焦点为，过*F*2的直线与*C*交于*A*，*B*两点.若，，则*C*的方程为

A． B． C． D．

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．曲线在点处的切线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．记*Sn*为等比数列{*an*}的前*n*项和.若，则*S*4=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．函数的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16．已知∠*ACB=*90°，*P*为平面*ABC*外一点，*PC*=2，点*P*到∠*ACB*两边*AC*，*BC*的距离均为，那么*P*到平面*ABC*的距离为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：60分。

17．（12分）

某商场为提高服务质量，随机调查了50名男顾客和50名女顾客，每位顾客对该商场的服务给出满意或不满意的评价，得到下面列联表：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 满意 | 不满意 |
| 男顾客 | 40 | 10 |
| 女顾客 | 30 | 20 |

（1）分别估计男、女顾客对该商场服务满意的概率；

（2）能否有95%的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异？

附：．

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *P*（*K*2≥*k*） | 0.050 | 0.010 | 0.001 |
| *k* | 3.841 | 6.635 | 10.828 |

18．（12分）

记*Sn*为等差数列{*an*}的前*n*项和，已知*S*9=-*a*5．

（1）若*a*3=4，求{*an*}的通项公式；

（2）若*a*1>0，求使得*Sn*≥*an*的*n*的取值范围．

19．（12分）

如图，直四棱柱*ABCD–A*1*B*1*C*1*D*1的底面是菱形，*AA*1=4，*AB*=2，∠*BAD*=60°，*E*，*M*，*N*分别是*BC*，*BB*1，*A*1*D*的中点.



（1）证明：*MN*∥平面*C*1*DE*；

（2）求点*C*到平面*C*1*DE*的距离．

20．（12分）

已知函数*f*（*x*）=2sin*x*-*x*cos*x*-*x*，*f ′*（*x*）为*f*（*x*）的导数．

（1）证明：*f ′*（*x*）在区间（0，π）存在唯一零点；

（2）若*x*∈[0，π]时，*f*（*x*）≥*ax*，求*a*的取值范围．

21.（12分）

已知点*A*，*B*关于坐标原点*O*对称，│*AB*│ =4，⊙*M*过点*A*，*B*且与直线*x*+2=0相切．

（1）若*A*在直线*x*+*y*=0上，求⊙*M*的半径；

（2）是否存在定点*P*，使得当*A*运动时，│*MA*│-│*MP*│为定值？并说明理由．

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修4−4：坐标系与参数方程]（10分）

在直角坐标系*xOy*中，曲线*C*的参数方程为（*t*为参数），以坐标原点*O*为极点，*x*轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线*l*的极坐标方程为．

（1）求*C*和*l*的直角坐标方程；

（2）求*C*上的点到*l*距离的最小值．

23．[选修4−5：不等式选讲]（10分）

已知*a*，*b*，*c*为正数，且满足*abc*=1．证明：

（1）；

（2）．

**2019年普通高等学校招生全国统一考试**

**文科数学·参考答案**

一、选择题

1．C 2．C 3．B 4．B 5．D 6．C

7．D 8．B 9．A 10．D 11．A 12．B

二、填空题

13．*y*=3*x* 14． 15．−4 16．

三、解答题

17．解：

（1）由调查数据，男顾客中对该商场服务满意的比率为，因此男顾客对该商场服务满意的概率的估计值为0.8．

女顾客中对该商场服务满意的比率为，因此女顾客对该商场服务满意的概率的估计值为0.6．

（2）．

由于，故有95%的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异.

18．解：

（1）设的公差为*d*．

由得．

由*a*3=4得．

于是．

因此的通项公式为．

（2）由（1）得，故.

由知，故等价于，解得1≤*n*≤10．

所以*n*的取值范围是．

19．解：

（1）连结.因为*M*，*E*分别为的中点，所以，且.又因为*N*为的中点，所以.

由题设知，可得，故，因此四边形*MNDE*为平行四边形，.又平面，所以*MN*∥平面.

（2）过*C*作*C*1*E*的垂线，垂足为*H*.

由已知可得，，所以*DE*⊥平面，故*DE*⊥*CH.*

从而*CH*⊥平面，故*CH*的长即为*C*到平面的距离，

由已知可得*CE*=1，*C*1*C*=4，所以，故.

从而点*C*到平面的距离为.



20．解：

（1）设，则.

当时，；当时，，所以在单调递增，在单调递减.

又，故在存在唯一零点.

所以在存在唯一零点.

（2）由题设知，可得*a*≤0.

由（1）知，在只有一个零点，设为，且当时，；当时，，所以在单调递增，在单调递减.

又，所以，当时，.

又当时，*ax*≤0，故.

因此，*a*的取值范围是.

21．解：（1）因为过点，所以圆心*M*在*AB*的垂直平分线上.由已知*A*在直线上，且关于坐标原点*O*对称，所以*M*在直线上，故可设.

因为与直线*x*+2=0相切，所以的半径为.

由已知得，又，故可得，解得或.

故的半径或.

（2）存在定点，使得为定值.

理由如下：

设，由已知得的半径为.

由于，故可得，化简得*M*的轨迹方程为.

因为曲线是以点为焦点，以直线为准线的抛物线，所以.

因为，所以存在满足条件的定点*P*.

22．解：（1）因为，且，所以*C*的直角坐标方程为.

的直角坐标方程为.

（2）由（1）可设*C*的参数方程为（为参数，）.

*C*上的点到的距离为.

当时，取得最小值7，故*C*上的点到距离的最小值为.

23．解：（1）因为，又，故有

.

所以.

（2）因为为正数且，故有







=24.

所以.