**绝密★启用前**

2019年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

本试卷共5页。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0.5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

5．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合，，则*A*∩*B*=

A．(-1，+∞) B．(-∞，2)

C．(-1，2) D．

2．设*z*=i(2+i)，则=

A．1+2i B．-1+2i

C．1-2i D．-1-2i

3．已知向量***a***=(2，3)，***b***=(3，2)，则|***a***-***b*|**=

A． B．2

C．5 D．50

4．生物实验室有5只兔子，其中只有3只测量过某项指标，若从这5只兔子中随机取出3只，则恰有2只测量过该指标的概率为

A． B．

C． D．

5．在“一带一路”知识测验后，甲、乙、丙三人对成绩进行预测．

甲：我的成绩比乙高．

乙：丙的成绩比我和甲的都高．

丙：我的成绩比乙高．

成绩公布后，三人成绩互不相同且只有一个人预测正确，那么三人按成绩由高到低的次序为

A．甲、乙、丙 B．乙、甲、丙

C．丙、乙、甲 D．甲、丙、乙

6．设*f*(*x*)为奇函数，且当*x*≥0时，*f*(*x*)=，则当*x*<0时，*f*(*x*)=

A． B．

C． D．

7．设*α*，*β*为两个平面，则*α*∥*β*的充要条件是

A．*α*内有无数条直线与*β*平行

B．*α*内有两条相交直线与*β*平行

C．*α*，*β*平行于同一条直线

D．*α*，*β*垂直于同一平面

8．若*x*1=，*x*2=是函数*f*(*x*)=(>0)两个相邻的极值点，则=

A．2 B．

C．1 D．

9．若抛物线*y*2=2*px*（*p*>0）的焦点是椭圆的一个焦点，则*p*=

A．2 B．3

C．4 D．8

10．曲线*y*=2sin*x*+cos*x*在点(π，-1)处的切线方程为

A． B．

C． D．

11．已知*a*∈（0，），2sin2*α*=cos2*α*+1，则sin*α*=

A． B．

C． D．

12．设*F*为双曲线*C*：（*a*>0，*b*>0）的右焦点，*O*为坐标原点，以*OF*为直径的圆与圆*x*2+*y*2=*a*2交于*P*、*Q*两点．若|*PQ*|=|*OF*|，则*C*的离心率为

A． B．

C．2 D．

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．若变量*x*，*y*满足约束条件则*z*=3*x*–*y*的最大值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14．我国高铁发展迅速，技术先进．经统计，在经停某站的高铁列车中，有10个车次的正点率为0.97，有20个车次的正点率为0.98，有10个车次的正点率为0.99，则经停该站高铁列车所有车次的平均正点率的估计值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

15．的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*．已知*b*sin*A*+*a*cos*B*=0，则*B*=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

16．中国有悠久的金石文化，印信是金石文化的代表之一．印信的形状多为长方体、正方体或圆柱体，但南北朝时期的官员独孤信的印信形状是“半正多面体”（图1）.半正多面体是由两种或两种以上的正多边形围成的多面体．半正多面体体现了数学的对称美．图2是一个棱数为48的半正多面体，它的所有顶点都在同一个正方体的表面上，且此正方体的棱长为1．则该半正多面体共有\_\_\_\_\_\_\_\_个面，其棱长为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．（本题第一空2分，第二空3分．）



三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17．（12分）

如图，长方体*ABCD*–*A*1*B*1*C*1*D*1的底面*ABCD*是正方形，点*E*在棱*AA*1上，*BE*⊥*EC*1．



（1）证明：*BE*⊥平面*EB*1*C*1；

（2）若*AE*=*A*1*E*，*AB*=3，求四棱锥的体积．

18．（12分）

已知是各项均为正数的等比数列，.

（1）求的通项公式；

（2）设，求数列的前*n*项和．

19．（12分）

某行业主管部门为了解本行业中小企业的生产情况，随机调查了100个企业，得到这些企业第一季度相对于前一年第一季度产值增长率*y*的频数分布表．

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 的分组 |  |  |  |  |  |
| 企业数 | 2 | 24 | 53 | 14 | 7 |

（1）分别估计这类企业中产值增长率不低于40%的企业比例、产值负增长的企业比例；

（2）求这类企业产值增长率的平均数与标准差的估计值（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）．（精确到0.01）

附：.

20．（12分）

已知是椭圆的两个焦点，*P*为*C*上一点，*O*为坐标原点．

（1）若为等边三角形，求*C*的离心率；

（2）如果存在点*P*，使得，且的面积等于16，求*b*的值和*a*的取值范围．

21．（12分）

已知函数．证明：

（1）存在唯一的极值点；

（2）有且仅有两个实根，且两个实根互为倒数．

（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分．

22．[选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）

在极坐标系中，*O*为极点，点在曲线上，直线*l*过点且与垂直，垂足为*P*.

（1）当时，求及*l*的极坐标方程；

（2）当*M*在*C*上运动且*P*在线段*OM*上时，求*P*点轨迹的极坐标方程.

23．[选修4-5：不等式选讲]（10分）

已知

（1）当时，求不等式的解集；

（2）若时，，求的取值范围.

2019年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学·参考答案

1．C 2．D 3．A 4．B 5．A 6．D

7．B 8．A 9．D 10．C 11．B 12．A

13．9 14．0.98 15． 16．26；

17．解：（1）由已知得*B*1*C*1⊥平面*ABB*1*A*1，*BE*平面*ABB*1*A*1，

故．

又，所以*BE*⊥平面．

（2）由（1）知∠*BEB*1=90°.由题设知Rt△*ABE*≌Rt△*A*1*B*1*E*，所以，故*AE*=*AB*=3，.

作，垂足为*F*，则*EF*⊥平面，且．

所以，四棱锥的体积．



18．解：（1）设的公比为*q*，由题设得

，即．

解得（舍去）或*q*=4．

因此的通项公式为．

（2）由（1）得，因此数列的前*n*项和为．

19．解：（1）根据产值增长率频数分布表得，所调查的100个企业中产值增长率不低于40%的企业频率为．

产值负增长的企业频率为．

用样本频率分布估计总体分布得这类企业中产值增长率不低于40%的企业比例为21%，产值负增长的企业比例为2%．

（2），





，

，

所以，这类企业产值增长率的平均数与标准差的估计值分别为30%，17%．

20．解：（1）连结，由为等边三角形可知在中，，，，于是，故的离心率是.

（2）由题意可知，满足条件的点存在．当且仅当，，，即，①

，②

，③

由②③及得，又由①知，故．

由②③得，所以，从而故.

当，时，存在满足条件的点*P*．

所以，的取值范围为．

21．解：（1）的定义域为（0，+）.

.

因为单调递增，单调递减，所以单调递增，又，

，故存在唯一，使得.

又当时，，单调递减；当时，，单调递增.

因此，存在唯一的极值点.

（2）由（1）知，又，所以在内存在唯一根.

由得.

又，故是在的唯一根.

综上，有且仅有两个实根，且两个实根互为倒数．

22．解：（1）因为在*C*上，当时，.

由已知得.

设为*l*上除*P*的任意一点.在中，，

经检验，点在曲线上．

所以，*l*的极坐标方程为．

（2）设，在中， 即．

因为*P*在线段*OM*上，且，故的取值范围是.

所以，*P*点轨迹的极坐标方程为 .

23．解：（1）当*a*=1时，.

当时，；当时，.

所以，不等式的解集为.

（2）因为，所以.

当，时，.

所以，的取值范围是．