座位号________

考生号________

姓名________

2021年普通高等学校招生全国统一考试模拟演练

数　学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知M，N均为$\mathbf{R}$的子集，且$\complement_{\mathbf{R}}M\subseteq N$，则$M\cup(\complement_{\mathbf{R}}N)=$

A．$\varnothing$　　B．M　　C．N　　D．$\mathbf{R}$

2．在3张卡片上分别写上3位同学的学号后，再把卡片随机分给这3位同学，每人1张，则恰有1位学生分到写有自己学号卡片的概率为

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

3．关于x的方程$x^2+ax+b=0$，有下列四个命题：

甲：$x=1$是该方程的根；　　乙：$x=3$是该方程的根；

丙：该方程两根之和为2；　　丁：该方程两根异号．

如果只有一个假命题，则该命题是

A．甲　　B．乙　　C．丙　　D．丁

4．椭圆$\frac{x^2}{m^2+1}+\frac{y^2}{m^2}=1\,(m>0)$的焦点为$F_1$，$F_2$，上顶点为$A$，若$\angle F_1AF_2=\frac{\pi}{3}$，则$m=$

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

5．已知单位向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$满足$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，若向量$\boldsymbol{c}=\sqrt{7}\boldsymbol{a}+\sqrt{2}\boldsymbol{b}$，则$\sin\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}\rangle=$

A．$\frac{\sqrt{7}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{7}}{9}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{9}$

6．$(1+x)^2+(1+x)^3+\cdots+(1+x)^9$的展开式中$x^2$的系数是

A．60　　B．80　　C．84　　D．120

7. 已知抛物线 $y^2=2px$ 上三点 $A(2,2)$，B，C，直线 AB，AC 是圆 $(x-2)^2+y^2=1$ 的两条切线，则直线 BC 的方程为

A. $x+2y+1=0$　　B. $3x+6y+4=0$

C. $2x+6y+3=0$　　D. $x+3y+2=0$

8. 已知 $a<5$ 且 $ae^5=5e^a$，$b<4$ 且 $be^4=4e^b$，$c<3$ 且 $ce^3=3e^c$，则

A. $c<b<a$　　B. $b<c<a$　　C. $a<c<b$　　D. $a<b<c$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 已知函数 $f(x)=x\ln(1+x)$，则

A. $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增

B. $f(x)$ 有两个零点

C. 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(-\frac{1}{2},f(-\frac{1}{2}))$ 处切线的斜率为 $-1-\ln 2$

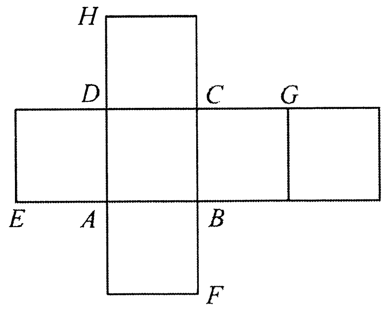
D. $f(x)$ 是偶函数

10. 设 z_1，z_2，z_3 为复数，$z_1\neq 0$．下列命题中正确的是

A. 若 $|z_2|=|z_3|$，则 $z_2=\pm z_3$　　B. 若 $z_1z_2=z_1z_3$，则 $z_2=z_3$

C. 若 $\overline{z}_2=z_3$，则 $|z_1z_2|=|z_1z_3|$　　D. 若 $z_1z_2=|z_1|^2$，则 $z_1=z_2$

11. 右图是一个正方体的平面展开图，则在该正方体中



A. $AE // CD$

B. $CH // BE$

C. $DG\perp BH$

D. $BG\perp DE$

12. 设函数 $f(x)=\dfrac{\cos 2x}{2+\sin x\cos x}$，则

A. $f(x)=f(x+\pi)$　　B. $f(x)$ 的最大值为 $\frac{1}{2}$

C. $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{4},0)$ 单调递增　　D. $f(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{4})$ 单调递减

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．圆台上、下底面的圆周都在一个直径为10的球面上，其上、下底面半径分别为4和5，则该圆台的体积为__________.

14．若正方形一条对角线所在直线的斜率为2，则该正方形的两条邻边所在直线的斜率分别为______，______.

15．写出一个最小正周期为2的奇函数$f(x)=$__________.

16．对一个物理量做n次测量，并以测量结果的平均值作为该物理量的最后结果．已知最后结果的误差$\varepsilon_n \sim N(0,\dfrac{2}{n})$，为使误差$\varepsilon_n$在$(-0.5,0.5)$的概率不小于$0.954\,5$，至少要测量__________次（若$X \sim N(\mu,\sigma^2)$，则$P(|X-\mu|<2\sigma)=0.954\,5$）.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（10 分）

已知各项都为正数的数列$\{a_n\}$满足$a_{n+2}=2a_{n+1}+3a_n$.

（1）证明：数列$\{a_n+a_{n+1}\}$为等比数列；

（2）若$a_1=\dfrac{1}{2}$，$a_2=\dfrac{3}{2}$，求$\{a_n\}$的通项公式.

18．（12 分）

在四边形$ABCD$中，$AB // CD$，$AD=BD=CD=1$.

（1）若$AB=\dfrac{3}{2}$，求BC；

（2）若$AB=2BC$，求$\cos\angle BDC$.

19．（12 分）

一台设备由三个部件构成，假设在一天的运转中，部件1，2，3需要调整的概率分别为0.1，0.2，0.3，各部件的状态相互独立.

（1）求设备在一天的运转中，部件1，2中至少有1个需要调整的概率；

（2）记设备在一天的运转中需要调整的部件个数为X，求X的分布列及数学期望.

20.（12 分）

北京大兴国际机场的显著特点之一是各种弯曲空间的运用. 刻画空间的弯曲性是几何研究的重要内容. 用曲率刻画空间弯曲性，规定：多面体顶点的曲率等于 2π 与多面体在该点的面角之和的差（多面体的面的内角叫做多面体的面角，角度用弧度制），多面体面上非顶点的曲率均为零，多面体的总曲率等于该多面体各顶点的曲率之和. 例如：正四面体在每个顶点有 3 个面角，每个面角是 $\frac{\pi}{3}$，所以正四面体在各顶点的曲率为 $2\pi-3\times\frac{\pi}{3}=\pi$，故其总曲率为 4π.

（1）求四棱锥的总曲率；

（2）若多面体满足：顶点数 $-$ 棱数 $+$ 面数 $=2$，证明：这类多面体的总曲率是常数.

21.（12 分）

双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$ 的左顶点为 A，右焦点为 F，动点 B 在 C 上. 当 $BF\perp AF$ 时，$|AF|=|BF|$.

（1）求 C 的离心率；

（2）若 B 在第一象限，证明：$\angle BFA=2\angle BAF$.

22.（12 分）

已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x-\sin x-\cos x$，$g(x)=\mathrm{e}^x+\sin x+\cos x$.

（1）证明：当 $x>-\frac{5\pi}{4}$ 时，$f(x)\geqslant 0$；

（2）若 $g(x)\geqslant 2+ax$，求 a.