机密★启用前(全国卷理科数学)

华中师范大学第一附属中学2021届高考押题卷

理科数学

本试题卷共4页,22题。全卷满分150分。考试用时120分钟。

扫码关注 查询答案

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知M,N为$\mathbf{R}$的两个不相等的非空子集,若$(\complement_{\mathbf{R}}N)\subseteq(\complement_{\mathbf{R}}M)$,则下列结论中正确的是

A. $\forall x\in N,x\in M$　　B. $\exists x\in M,x\notin N$　　C. $\exists x\notin N,x\in M$　　D. $\forall x\in M,x\notin \complement_{\mathbf{R}}N$

2. 已知抛物线$y=mx^2(m>0)$上的点$(x_0,2)$到该抛物线焦点F的距离为$\frac{17}{8}$,则$m=$

A. 1　　B. 2　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{4}$

3. 为了贯彻落实《中共中央国务院全面加强新时代大中小学劳动教育的意见》的文件精神,某学校结合自身实际,推出了《植物栽培》《手工编织》《实用木工》《实用电工》《烹饪技术》五门校本劳动选修课程,要求每个学生从中任选三门进行学习,学生经考核合格后方能获得该学校荣誉毕业证,则甲、乙两人的选课中仅有一门课程相同的概率为

A. $\frac{3}{25}$　　B. $\frac{1}{5}$　　C. $\frac{3}{10}$　　D. $\frac{3}{5}$

4. 已知S_n是等比数列$\{a_n\}$的前n项和,若存在$m\in\mathbf{N}^*$,满足$\frac{S_{2m}}{S_m}=9$,$\frac{a_{2m}}{a_m}=\frac{5m+1}{m-1}$,则数列$\{a_n\}$的公比为

A. -2　　B. 2　　C. -3　　D. 3

5. 已知大气压强$p=\frac{\text{压力}}{\text{受力面积}}$,它的单位是“帕斯卡”(Pa,1 Pa=1 N/m^2),大气压强p(Pa)随海拔高度h(m)的变化规律是$p=p_0e^{-kh}(k=0.000126)$,p_0是海平面大气压强.已知在某高山A_1,A_2两处测得的大气压强分别为p_1,p_2,且$\frac{p_1}{p_2}=\frac{1}{2}$,那么$A_1$,$A_2$两处的海拔高度的差约为(参考数据:$\ln2\approx0.693$)

A. 550m　　B. 1818m　　C. 5500m　　D. 8732m

6. 在平行四边形$ABCD$中,$\angle BAD=60^\circ$,$AB=4$,$AD=3$,且$\overrightarrow{CP}=3\overrightarrow{PD}$,则$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=$

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 10

7. 已知函数$f(x)=\log_3(9^x+1)-x$,设$a=f(\frac{1}{10})$,$b=f(-e^{-\frac{9}{10}})$,$c=f(\ln\frac{11}{10})$,则a,b,c的大小关系为

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $c<a<b$　　D. $b<a<c$

8. 斜率为$\frac{1}{3}$的直线l经过双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左焦点$F_1$,交双曲线两条渐近线于$A,B$两点,$F_2$

为双曲线的右焦点且$|AF_2|=|BF_2|$，则双曲线的渐近线方程为

A. $y=\pm x$　　B. $y=\pm\sqrt{2}x$　　C. $y=\pm 2x$　　D. $y=\pm\frac{1}{2}x$

9. 已知复数 $z=\cos 140°+\mathrm{i}\sin 140°$，i 为虚数单位，则下列说法错误的是

A. z 的虚部为 $\mathrm{i}\sin 140°$　　B. z 在复平面上对应的点位于第二象限

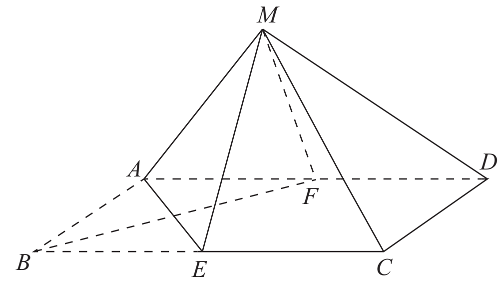
C. $z=\frac{1}{\bar{z}}$　　D. $z^3=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$

10. 为庆祝中国共产党成立 100 周年，A、B、C、D 四个兴趣小组举行党史知识竞赛，每个小组各派 10 名同学参赛，记录每名同学失分(均为整数)情况，若该组每名同学失分都不超过 7 分，则该组为“优秀小组”，已知 A、B、C、D 四个小组成员失分数据信息如下，则一定为“优秀小组”的是

A. A 组中位数为 2，极差为 8　　B. B 组平均数为 2，众数为 2

C. C 组平均数为 1，方差大于 0　　D. D 组平均数为 2，方差为 3

11. 如图，矩形 $ABCD$ 中，已知 $AB=2$，$BC=4$，E 为 BC 的中点. 将$\triangle ABE$ 沿着 AE 向上翻折至$\triangle MAE$ 得到四棱锥 $M-AECD$，平面 AEM 与平面 $AECD$ 所成锐二面角为α，直线 ME 与平面 $AECD$ 所成角为β，则下列说法错误的是



A. 若 F 为 AD 中点，则$\triangle ABE$ 无论翻折到哪个位置都有平面 $AEM\perp$平面 MBF

B. 若 Q 为 MD 中点，则$\triangle ABE$ 无论翻折到哪个位置都有 CQ //平面 AEM

C. $\sqrt{2}\sin\alpha=\sin\beta$

D. 存在某一翻折位置，使$\sqrt{2}\cos\alpha=\cos\beta$

12. 已知函数 $f(x)=|\sin x|+|\cos x|-\sin 2x-1$，则下列说法错误的是

A. $f(x)$是以 π 为周期的函数

B. $x=\frac{\pi}{2}$是曲线 $y=f(x)$的对称轴

C. 函数 $f(x)$的最大值为$\sqrt{2}$，最小值为$\sqrt{2}-2$

D. 若函数 $f(x)$在$(0,M\pi)$上恰有 2021 个零点，则$\frac{2021}{2}<M\leqslant 1011$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt[4]{x}}\right)^n$ 的展开式中，只有第 9 项的二项式系数最大，则展开式中 x 的幂的指数为整数的项共有________项.

14. 写出一个定义在 **R** 上且使得命题“若 $f'(1)=0$，则 1 为函数 $f(x)$的极值点”为假命题的函数 $f(x)$ =________.

15. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的五个顶点都在球 O 的表面上，若底面 $ABCD$ 是梯形，且 $CD//AB$，$AD=BC=CD=\frac{1}{2}AB=\sqrt{5}$，则当球 O 的表面积最小时，四棱锥 $P-ABCD$ 的高的最大值为________.

16. 设 $a_n=\frac{1^2}{1}+\frac{2^2}{3}+\cdots+\frac{n^2}{2n-1}$，$b_n=\frac{1^2}{3}+\frac{2^2}{5}+\cdots+\frac{n^2}{2n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$，记最接近 a_n-b_n 的整数为 c_n，则 $c_{505}=$________；$c_n=$________.(用 n 表示)

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

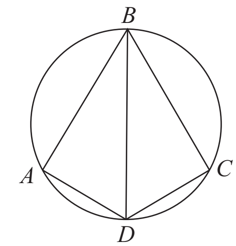
(一)必考题：共 60 分.

17.(12 分)

已知平面四边形 $ABCD$ 内接于圆 O，$AB=BC=3$，$\angle ABC=60^\circ$.

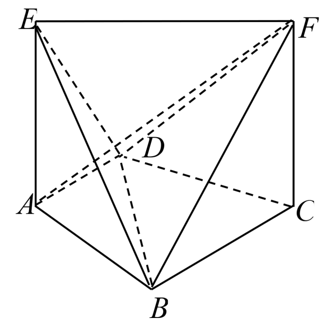
(1)若 $CD=\sqrt{3}$，求$\angle ABD$ 所对的圆弧$\overset{\frown}{AD}$的长；

(2)求四边形 $ABCD$ 面积的最大值.



18.(12 分)

七面体玩具是一种常见的儿童玩具. 在几何学中，七面体是指由七个面组成的多面体，常见的七面体有六角锥、五角柱、正三角锥柱、Szilassi 多面体等. 在拓扑学中，共有 34 种拓扑结构明显差异的凸七面体，它们可以看作是由一个长方体经过简单切割而得到的. 在如图所示的七面体 $EABCFD$ 中，$EA\perp$平面 $ABCD$，$EA//FC$，$AD//BC$，$AD\perp AB$，$AD=AB=2$，$BC=FC=EA=4$.



(1)在该七面体中，探究以下两个结论是否正确. 若正确，给出证明；若不正确，请说明理由：①$EF//$平面 $ABCD$；②$AF\perp$平面 EBD；

(2)求该七面体的体积.

19.(12 分)

某市消防部门对辖区企业员工进行了一次消防安全知识问卷调查，通过随机抽样，得到参加问卷调查的 500 人(其中 300 人为女性)的得分(满分 100)数据，统计结果如表所示：

得分	$[40,50)$	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100]$
男性人数	20	60	40	40	30	10
女性人数	10	70	60	75	50	35

(1)把员工分为对消防知识“比较熟悉”(不低于 70 分的)和“不太熟悉”(低于 70 分的)两类，请完成如下 2×2 列联表，并判断是否有 99％的把握认为该企业员工对消防知识的熟悉程度与性别有关？

	不太熟悉	比较熟悉	合计
男性			
女性			
合计			

(2)为增加员工消防安全知识及自救、自防能力，现将企业员工分成两人一组开展“消防安全技能趣味知识”竞赛. 在每轮比赛中，小组两位成员各答两道题目，若他们答对题目个数和不少于 3 个，则小组积 1 分，否则积 0 分. 已知 A 与 B 在同一小组，A 答对每道题的概率为 p_1，B 答对每道题的概率为 p_2，且 $p_1+p_2=1$，理论上至少要进行多少轮比赛才能使 A、B 所在的小组的积分的期望值不少于 5 分？

附：参考公式及 K^2 检验临界值表

$P(k^2\geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

$$k^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n=a+b+c+d.$$

20.(12 分)

已知函数 $f(x)=\ln(x+1)+mx^2, m>0$.

(1)若 $f(x)$在$(1,f(1))$处的切线斜率为$\frac{13}{2}$,求函数 $f(x)$的单调区间;

(2)$g(x)=f(x)-\sin x$,若 $x=0$ 是 $g(x)$的极大值点,求 m 的取值范围.

21.(12 分)

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$,$F_1$、$F_2$ 分别是椭圆的左、右焦点,P 是椭圆上的动点,直线 PF_1 交椭圆于另一点 M,直线 PF_2 交椭圆于另一点 N,当 P 为椭圆的上顶点时,有$|PM|=|MF_2|$.

(1)求椭圆 E 的离心率;

(2)求$\frac{S_{\triangle PF_1F_2}}{S_{\triangle PMN}}$的最大值.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.[选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

已知圆 O_1 的圆心为$(2,1)$,半径为$\sqrt{5}$,在以原点 O 为极点,x 轴正半轴为极轴的极坐标系中,圆 O_2 的方程为 $\rho=2R\sin\theta$.

(1)求圆 O_1 的极坐标方程;

(2)若圆 O_1 与圆 O_2 的公共弦长为 $3\sqrt{2}$,求圆 O_2 的极坐标方程.

23.[选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知 $f(x)=|2-ax|-|x+1|$.

(1)若 $a=1$,解关于 x 的不等式 $f(x)\geqslant 1$;

(2)若 $x\geqslant 1$ 时,$f(x)\leqslant x^2$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.