机密★启用前(全国卷文科数学)

华大新高考联盟2021届高三1月教学质量测评

文科数学

命题:华中师范大学考试研究院

扫码关注　查询成绩

成绩查询网址:huada. onlyets. com　　关注微信公众号查询成绩:ccnu-testing

本试题卷共4页,23题(含选考题)。全卷满分150分。考试用时120分钟。

注意事项:

1.答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1.若集合 $A=\{-1,2\}$,$B=\{x\mid x^2-4x+m=0\}$,且 $A\cup B=\{-1,2,5\}$,则

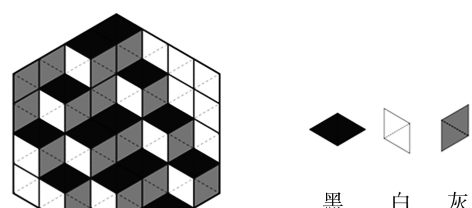
A. $2\in B$　　B. $5\notin B$　　C. $1\in B$　　D. $-1\in B$

2.下列各式的运算结果为纯虚数的是

A. $\mathrm{i}+\mathrm{i}^2+\mathrm{i}^3$　　B. $(2\mathrm{i}-1)+3\mathrm{i}$

C. $(1-\mathrm{i})^2$　　D. $\mathrm{i}(1-2\mathrm{i})$

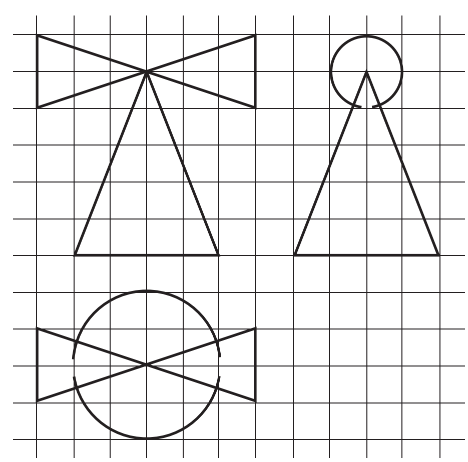
3.世界著名的数学杂志《美国数学月刊》于1989年曾刊登过一个红极一时的棋盘问题.题中的正六边形棋盘,用三种全等(仅朝向和颜色不同)的菱形图案全部填满(如图),向棋盘内随机投掷1点,则该点不落在黑色区域内的概率为



A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{2}{3}$

C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

4.剑玉起源于11世纪,是一种传统的日本民间游戏,其玩法有上千种,受到世界各地年轻人的喜爱.下图网格纸中小正方形的边长为1,粗线画出的是一个“剑玉杆”的三视图,则该“剑玉杆”的表面积为



A. $4\sqrt{10}\pi+4\sqrt{29}\pi+6\pi$

B. $4\sqrt{15}\pi+4\sqrt{29}\pi+6\pi$

C. $2\sqrt{15}\pi+2\sqrt{29}\pi+6\pi$

D. $2\sqrt{10}\pi+2\sqrt{29}\pi+6\pi$

5.已知△ABC中,点 D 为线段 BC 的中点,若 $3\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{AD}=\mathbf{0}$,则 $\overrightarrow{BE}=$

版权声明:本试题卷为华中师范大学出版社正式出版物,版权所有,盗版必究。

A. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CE}$

B. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CE}$

C. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CE}$

D. $-\overrightarrow{AD}-\frac{2}{3}\overrightarrow{CE}$

6. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} e^x+x, x<0, \\ |x^{\frac{1}{2}}-1|+x, x\geqslant 0, \end{cases}$ 若函数 $g(x)=f(x)-m$ 有 3 个不同的零点，则实数 m 的取值范围为

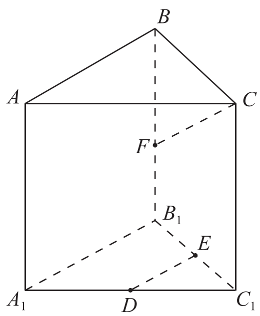
A. $\left(\frac{3}{4},1\right)$

B. $\left(-\infty,\frac{3}{4}\right)\cup(1,+\infty)$

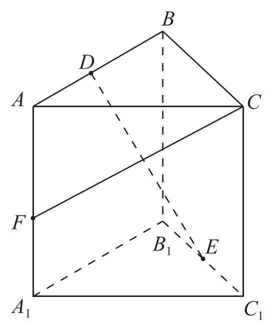
C. $\left(-\infty,\frac{3}{4}\right)$

D. $\left(\frac{3}{4},+\infty\right)$

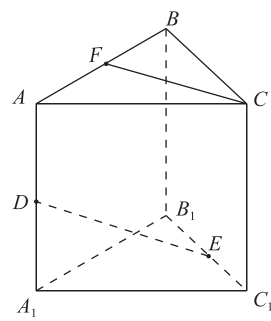
7. 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB\perp BC$，$AC=AA_1$，D,E,F 分别是所在棱的中点；现有 3 个图形如下所示，则满足 $CF\perp DE$ 的图形个数为



图（1）



图（2）



图（3）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

8. "提丢斯数列"，是由 18 世纪德国数学家提丢斯给出，具体如下：0，3，6，12，24，48，96，192，…，容易发现，从第 3 项开始，每一项是前一项的 2 倍；将每一项加上 4 得到一个数列：4，7，10，16，28，52，100，196，…；再将每一项除以 10 后得到"提丢斯数列"：0.4，0.7，1.0，1.6.2.8，5.2，10.0，…，则下列说法中，正确的是

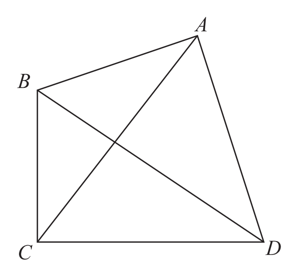
A. "提丢斯数列"是等比数列

B. "提丢斯数列"的第 99 项为$\frac{3\cdot 2^{98}+4}{10}$

C. "提丢斯数列"前 31 项和为$\frac{3\cdot 2^{30}}{10}+\frac{121}{10}$

D. "提丢斯数列"中，不超过 20 的有 9 项

9. 如图所示，平面四边形 $ABCD$ 中，$\angle BCD=90°$，$\angle ABC=135°$，$AB=6$，$AC=3\sqrt{10}$，$CD=5\sqrt{2}$，则 $ABCD$ 的面积为



A. 39

B. 36

C. 42

D. 48

10. 已知直线 $l:2x-y+4=0$ 与 y 轴交于点 M，抛物线 $C:x^2=2py(p\in(0,3))$ 的准线为 l'，点 A 在抛物线 C 上，点 B 在 l' 上，且 $AB\perp l'$，$\angle ABM=\angle AMB$，$\angle MAB=120^0$，则 $p=$

A. $\frac{6}{7}$　　B. $\frac{12}{7}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{8}{5}$

11. 已知函数 $f(x)=4\cos 3x$，将函数 $f(x)$ 的图像向左平移$\frac{5\pi}{9}$个单位后，得到函数 $g(x)$ 的图像，若函数 $g(x)$ 在$\left[0,\frac{m}{3}\right]$和$\left[5m,\frac{17\pi}{12}\right]$上单调递增，则实数 m 的取值范围为

A. $\left[\frac{\pi}{9},\frac{\pi}{4}\right)$　　B. $\left[\frac{2\pi}{9},\frac{\pi}{4}\right)$　　C. $\left[\frac{2\pi}{9},\frac{\pi}{3}\right]$　　D. $\left[\frac{2\pi}{9},\frac{17\pi}{60}\right)$

版权声明：本试题卷为华中师范大学出版社正式出版物，版权所有，盗版必究。

12. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为 F_1,F_2，$|AF_2|-|AF_1|=|BF_1|-|BF_2|=2a$，且$\angle BF_2F_1=135^0$，若$\overrightarrow{BF_2}=7\overrightarrow{AF_1}$，则双曲线 C 的渐近线方程为

A. $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$　　B. $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{4}x$　　C. $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{4}x$　　D. $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若实数 x,y 满足$\begin{cases}x+y-4\leqslant 0,\\ x-y+2\geqslant 0,\\ y+1\geqslant 0,\end{cases}$则 $z=2x+y$ 的最大值为________.

14. 已知函数 $f(x)=\frac{\ln x}{x^2}+e^{x-1}$，则曲线 $y=f(x)$在$(1,f(1))$处的切线方程为________.

15. 已知 $\alpha,\beta\in[0,\pi]$，$\cos\alpha+\cos\beta=\frac{3}{5}$，$\cos\alpha\cos\beta=-\frac{1}{5}$，则 $\sin\alpha\sin\beta=$________.

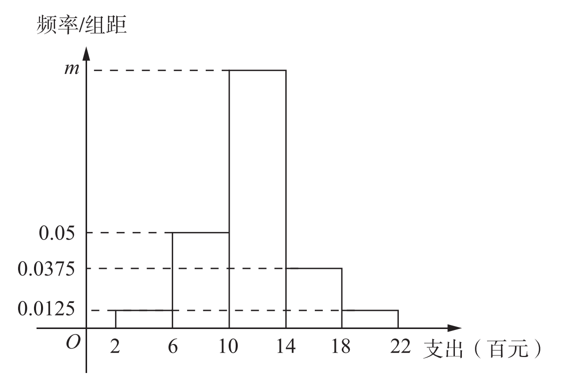
16. 若关于 x 的不等式 $x\sin x+2\cos x\leqslant(a+1)x$ 在$\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$上恒成立，则实数 a 的取值范围为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共 60 分。

17.（12 分）

教育部官方数据显示，2020 届大学毕业生达到 844 万，根据相关调查，位于大城市的应届毕业生毕业后，约有 30% 会留在该城市进行就业，于是租房便成为这些毕业生的首选. 为了了解应届毕业生房租支出的费用，研究人员对部分毕业生进行相关调查，所得数据如图所示：



(1)求 m 的值以及房租支出的平均值$\bar{x}$；

(2)为了了解应届生选择租房时考虑的主要因素，研究人员作出调查，所得数据如下表所示，判断是否有 99.9% 的把握认为性别与选择租房时考虑的主要因素具有相关性.

	以距离上班地点的远近作为主要考虑因素	以房租的高低作为主要考虑因素
男性	500	300
女性	300	400

附：参考公式：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

参考数据：

$P(K^2\geqslant k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

18.（12 分）

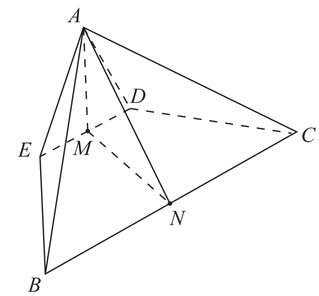
已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，其中 S_3，$3a_7$，$3a_{22}$成等比数列，且 $S_5+a_8=S_6+4$.

版权声明：本试题卷为华中师范大学出版社正式出版物，版权所有，盗版必究。

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若数列$\{b_n\}$满足$3^n a_n-4^n b_n=0$，探究：是否存在正整数 m，使得$b_m>4$？若存在，求出m的值；若不存在，请说明理由.

19.（12 分）



已知四棱锥$A-BCDE$中，$BCDE$为等腰梯形，且$BC//DE$，$\triangle ADE$为等边三角形，平面$ADE\perp$平面$BCDE$，M，N分别是线段DE，BC的中点.

(1)求证：$DE\perp$平面AMN；

(2)若$AE+EB=BC=a$，$\angle EBC=60^\circ$，则当AB最小时，求四棱锥$A-BCDE$的体积.

20.（12 分）

已知函数$f(x)=x^2+a\ln x-x-1$.

(1)讨论函数$f(x)$的单调性；

(2)若$a=2$，求证：$f(x)\geqslant 2x\ln x-\dfrac{1}{x}$在$(0,+\infty)$上恒成立.

21.（12 分）

已知椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，点$A$在椭圆上运动，$\triangle AF_1F_2$面积的最大值为$\sqrt{3}$，且当$AF_2\perp F_1F_2$时，$|AF_2|=\dfrac{3}{2}$.

(1)求椭圆C的方程；

(2)若直线MF_2与椭圆的两个交点分别为M、N，且M，N都不在x轴上，过点N作y轴的垂线l，若横坐标为$2a$的点D在直线l上，求证：直线MD过$\left(\dfrac{5}{2},0\right)$.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多选，则按所做的第一题计分。

22.［选修 4—4：坐标系与参数方程］（10 分）

已知极坐标系中，直线l的极坐标方程为$\rho\cos\theta=4$，以极点为原点，极轴所在直线为x轴的非负半轴建立平面直角坐标系xOy，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos2\varphi,\\ y=2+4\sin\varphi\cos\varphi,\end{cases}$（$\varphi$为参数）.

(1)求直线l的直角坐标方程以及曲线C的极坐标方程；

(2)过原点且倾斜角为$\alpha(\alpha\in[0,\pi))$的直线l'与直线l交于点M，与曲线C交于O，N两点，若$|ON|=\lambda|OM|$，求实数λ的最大值.

23.［选修 4—5：不等式选讲］（10 分）

已知函数$f(x)=|x+1|-\left|x-\dfrac{3}{2}\right|$.

(1)求不等式$f(x)\geqslant 3x$的解集；

(2)若存在x_1，$x_2\in\mathbf{R}$，使得$f(x_1)+|2x_2-m|+|2x_2+1|=0$，求实数$m$的取值范围.

版权声明：本试题卷为华中师范大学出版社正式出版物，版权所有，盗版必究。