机密★启用前(全国卷理科数学)

华大新高考联盟2021届高三1月教学质量测评

理科数学

扫码关注　查询成绩

命题:华中师范大学考试研究院

成绩查询网址:huada.onlyets.com　　关注微信公众号查询成绩:ccnu-testing

本试题卷共4页,23题(含选考题)。全卷满分150分。考试用时120分钟。

注意事项:

1.答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1.若集合 $A=\{x|(2x-3)(x+4)<0\}$,$B=\{x|x>0\}$,则 $A\cup(\complement_{\mathbf{R}}B)=$

A. $\{x|-4<x\leqslant 0\}$　　B. $\{x|x\leqslant -4$ 或 $x>0\}$

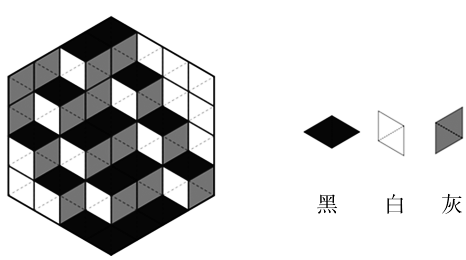
C. $\{x|x>4\}$　　D. $\left\{x\middle|x<\frac{3}{2}\right\}$

2.若在复平面内,复数 $3-2i$、$1-2i$、$2+i$ 所对应的点分别为 A,B,C,则 $\triangle ABC$ 的面积为

A. 6　　B. 4　　C. 3　　D. 2

3.世界著名的数学杂志《美国数学月刊》于1989年曾刊登过一个红极一时的棋盘问题.题中的正六边形棋盘,用三种全等(仅朝向和颜色不同)的菱形图案全部填满(如图),向棋盘内随机投掷3点,则至少2点落在灰色区域内的概率为

A. $\frac{13}{27}$　　B. $\frac{7}{27}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{20}{27}$

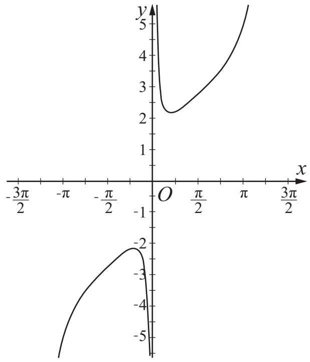


4.已知母线长为2的圆柱 O_1O_2 的体积为 2π,点 M,N 分别是圆 O_1,O_2 上的点,且 $O_1M\perp O_2N$,则直线 MN 与圆柱底面所成角的正弦值为

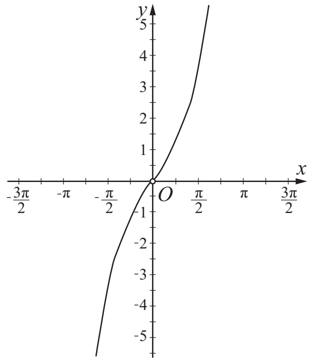
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

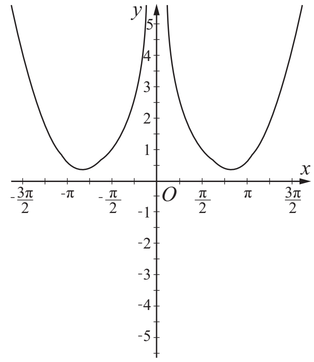
5.函数 $f(x)=\frac{3^{|x|}}{2x}+\sin x$ 的图像大致为



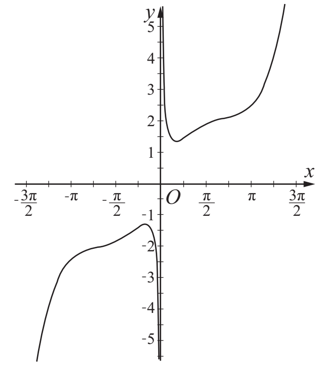
A



B



C



D

6. 已知正六边形 $ABCDEF$ 中，点 G 是线段 DE 的中点，则$\overrightarrow{FG}=$

A. $\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}-\frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$　　B. $\frac{1}{6}\overrightarrow{BD}-\frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$

C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}-\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$　　D. $\frac{1}{6}\overrightarrow{BD}-\frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$

7. 已知矩形 $ABCD$ 中，$AB=8$，取 AB,CD 的中点 E,F，沿直线 EF 进行翻折，使得二面角 $A-EF-B$ 的大小为 120°，若翻折以后点 A,B,C,D,E,F 均在球 O 的表面上，且球 O 的表面积为 80π，则 $BC=$

A. 6　　B. 2　　C. 4　　D. 3

8. "提丢斯数列"，是由 18 世纪德国数学家提丢斯给出，具体如下：0，3，6，12，24，48，96，192，…，容易发现，从第 3 项开始，每一项是前一项的 2 倍；将每一项加上 4 得到一个数列：4，7，10，16，28，52，100，196，…；再将每一项除以 10 后得到"提丢斯数列"：0. 4，0. 7，1. 0，1. 6. 2. 8，5. 2，10. 0，…，则下列说法中，正确的是

A. "提丢斯数列"是等比数列　　B. "提丢斯数列"的第 99 项为$\frac{3\cdot 2^{98}+4}{10}$

C. "提丢斯数列"前 31 项和为$\frac{3\cdot 2^{30}}{10}+\frac{121}{10}$　　D. "提丢斯数列"中，不超过 20 的有 9 项

9. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}3^x, 0\leqslant x\leqslant 1,\\ 3-\log_2 x, 1<x\leqslant 32,\end{cases}$ 函数 $F(x)=x(2x-1)$，若 $y=F[f(x)]$的图像与直线 $y=m$ 有 3 个交点，则实数 m 的值可能为

A. -6　　B. 9　　C. -12　　D. 12

10. 已知直线 $l:2x-y+4=0$ 与 y 轴交于点 M，抛物线 $C:x^2=2py\,(p\in(0,3))$的准线为 l'，点 A 在抛物线 C 上，点 B 在 l' 上，且 $AB\perp l'$，$\angle ABM=\angle AMB$，$\angle MAB=120^\circ$，则 $p=$

A. $\frac{6}{7}$　　B. $\frac{12}{7}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{8}{5}$

11. 已知函数 $f(x)=\sin(3x-\varphi)\left(0<\varphi\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$在$\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$上单调递增，现有如下三个结论：

①φ 的最小值为$\frac{\pi}{3}$；

②当 φ 取得最大值时，将函数 $f(x)$的图像向左平移$\frac{\pi}{18}$个单位后，再把曲线上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍，得到函数$g(x)$的图像，则 $g\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$；

③函数 $f(x)$在$[0,2\pi]$上有个 6 个零点.

则上述结论正确的个数为

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

12. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为 F_1,F_2,点 M,N 分别在双曲线 C 的左、右两支上,点 A 在 x 轴上,且 M,N,F_1 三点共线,若$\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{F_2M}$,$\angle F_1NF_2=\angle ANF_2$,则双曲线 C 的离心率为

A. $\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{7}$　　C. 3　　D. $\sqrt{11}$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 若实数 x,y 满足$\begin{cases}3x-y-4\leqslant 0,\\ x-y+1\geqslant 0,\\ y+2\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=3x-5y$ 的最大值为________.

14. 已知$(2x^2-1)^6=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\ldots+a_{11}x^{11}+a_{12}x^{12}$,则 $a_6+a_7+a_8=$________.

15. 已知 $\alpha,\beta\in[0,\pi]$,$\cos\alpha+\cos\beta=\frac{3}{5}$,$\cos\alpha\cos\beta=-\frac{1}{5}$,则 $\sin\alpha\sin\beta=$________.

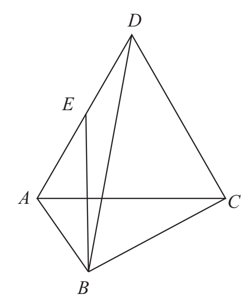
16. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=-\frac{1}{2}a_2=1$,数列$\{a_n\}$的奇数项单调递增,偶数项单调递减,若$\frac{|a_{n+1}-a_n|}{2n+1}=1$,则数列$\{a_n\}$的通项公式为________.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (12 分)

已知平面四边形 $ABCD$ 如图所示,其中 $AB\perp BC$,$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle DAC=\theta$,$\angle ADC=60°$.

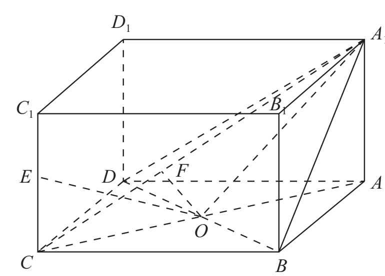


(1)若 $\theta=30°$,$BC=3$,点 E 为线段 AD 的中点,求 BE 的值;

(2)若$\frac{DC}{AB}=\sqrt{3}$,求 $\cos 2\theta$ 的值.

18. (12 分)

如图所示,直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,底面 $ABCD$ 为菱形,线段 AC 与 BD 交于点 O,E 为线段 CC_1 的中点.

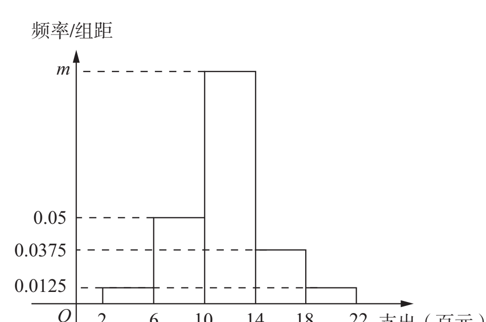


(1)若点 F 在线段 A_1C 上,且$\angle FOA_1=90^0$,求证:$OF\perp A_1B$;

(2)若 $3AB=4AA_1$,$\angle ABC=120^0$,求直线 EO 与平面 A_1CD 所成角的正弦值.

19. (12 分)

教育部官方数据显示,2020 届大学毕业生达到 844 万,根据相关调查,位于大城市的应届毕业生毕业后,有 30%会留在该城市进行就业,于是租房便成为这些毕业生的首选. 为了了解应届毕业生房租支出的费用,研究人员对部分毕业生进行相关调查,所得数据如下图所示.



(1)求 m 的值以及房租支出的平均值 $\bar{x}$;

(2)为了了解应届生选择租房时考虑的主要因素,研究人员作出调查,所得数据如下表所示,判断是否有 99.9%的把握认为

性别与选择租房时考虑的主要因素具有相关性.

	以距离上班地点的远近作为主要考虑因素	以房租的高低作为主要考虑因素
男性	500	300
女性	300	400

(3)由频率分布直方图,可近似地认为 A 城市应届毕业生房租支出服从正态分布 $N(\mu,3.2^2)$,若 2020 年该市区的应届毕业生共有 100 万人,试根据本题信息估计毕业后留在该市且房租支出介于 8.6 百元到 21.4 百元之间的毕业生人数.

附:参考公式:$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

参考数据:

$P(K^2\geqslant k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

$P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)\approx0.6827$,$P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)\approx0.9544$,$P(\mu-3\sigma<X<\mu+3\sigma)\approx0.9973$

20.(12 分)

已知椭圆 C:$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为 F_1,F_2,点 A 在椭圆上运动,$\triangle AF_1F_2$ 面积的最大值为$\sqrt{3}$,且当 $AF_1\perp F_1F_2$ 时,$|AF_1|=\dfrac{3}{2}$.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)延长直线 AF_1 与椭圆 C 交于点 B,若$|F_1A|\cdot|F_1B|=\lambda|AB|$,求 λ 的值.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=a\ln x-x^2-x$.

(1)讨论函数 $f(x)$的单调性;

(2)若 $a=-1$,函数 $F(x)=f(x)+x+1$,且 $\forall m,n\in(0,+\infty)$,$m\neq n$,$|mF(n)-nF(m)|>\lambda mn|m-n|$,求实数 λ 的取值范围.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多选,则按所做的第一题计分。

22.(10 分)[选修 4—4:坐标系与参数方程]

已知极坐标系中,直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta=4$,以极点为原点,极轴所在直线为 x 轴的非负半轴建立平面直角坐标系 xOy,曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos2\varphi,\\y=2+4\sin\varphi\cos\varphi,\end{cases}$($\varphi$ 为参数).

(1)求直线 l 的直角坐标方程以及曲线 C 的极坐标方程;

(2)过原点且倾斜角为 $\alpha(\alpha\in[0,\pi))$的直线 l'与直线 l 交于点 M,与曲线 C 交于 O,N 两点,若$|ON|=\lambda|OM|$,求实数 λ 的最大值.

23.(10 分)[选修 4—5:不等式选讲]

已知函数 $f(x)=|x+1|-\left|x-\dfrac{3}{2}\right|$.

(1)求不等式 $f(x)\geqslant3x$ 的解集;

(2)若存在 $x_1,x_2\in\mathbf{R}$,使得 $f(x_1)+|2x_2-m|+|2x_2+1|=0$,求实数 m 的取值范围.