

华大新高考联盟 2022 届高三 11 月教学质量测评

文科数学



扫码关注 查询成绩

命题：华中师范大学考试研究院

成绩查询网址：huada.onlyets.com 关注微信公众号查询成绩：[ccnu_testing](https://www.weixin.com)

本试题卷共 4 页，共 23 题(含选考题)。满分 150 分，考试用时 120 分钟

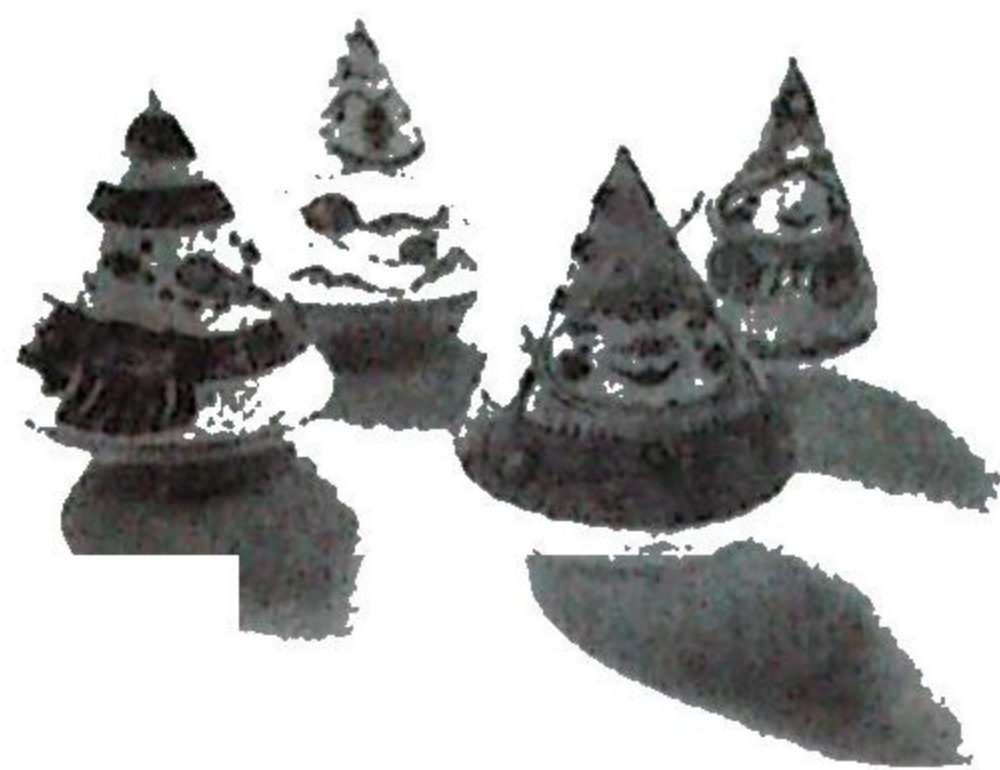
★ 祝考试顺利 ★

注意事项：

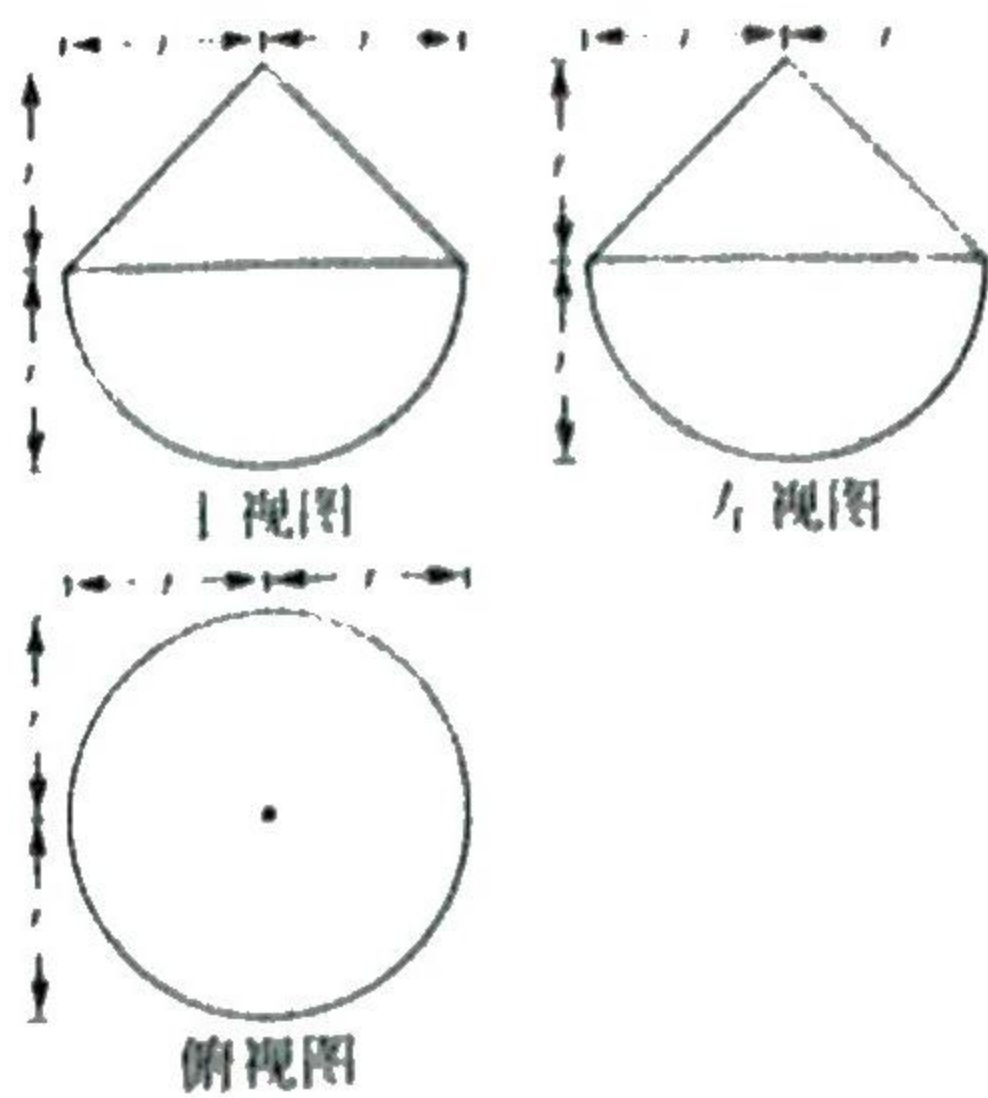
1. 答题前，考生务必将自己的学校、班级、姓名、准考证号填写在答题卷指定位置，认真核对与准考证号条形码上的信息是否一致，并将准考证号条形码粘贴在答题卷上的指定位置。
2. 选择题的作答：选出答案后，用 2B 铅笔把答题卷上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。答在试题卷上无效。
3. 非选择题的作答：用黑色墨水的签字笔直接答在答题卷上的每题所对应的答题区域内。答在试题卷上或答题卷指定区域外无效。
4. 考试结束，监考人员将答题卷收回，考生自己保管好试题卷，评讲时带来。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 $z=i+2$ ， i 是虚数单位，则 z 的虚部为
A. -2 B. 1 C. -1 D. 2
2. 已知集合 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ ， $A=\{1,2,3\}$ ， $B=\{1,3,5,7\}$ ，则 $\complement_U(A\cup B)=$
A. $\{1,2,3,5,7\}$ B. $\{4,6\}$
C. $\{2,4,5,6,7\}$ D. $\{1,3\}$
3. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x - a > 0$ 为假命题，则实数 a 的取值范围是
A. $a \geq 0$ B. $a \geq -1$ C. $a < 0$ D. $a < -1$
4. 已知两条不同直线 m, n 和平面 α ，下列判断正确的是
A. 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$ ，则 $m \parallel n$ B. 若 $m \perp \alpha, n \perp \alpha$ ，则 $m \perp n$
C. 若 $m \parallel \alpha, m \parallel n$ ，则 $n \parallel \alpha$ D. 若 $m \perp \alpha, m \parallel n$ ，则 $n \perp \alpha$
5. 在区间 $[-1, 6]$ 内随机取一个数 x ，则该数满足 $-x^2 + 5x - 6 \geq 0$ 的概率为
A. 1 B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{2}{3}$
6. “耐尽推排趾未颠，莫嗤身价不多钱”是清代诗人叶际唐的诗句，诗句赞颂了不倒翁自强自立、坚韧不拔的精神。图(1)是一些不倒翁模型，假设图(2)是图(1)中一不倒翁的三视图，其中 r 是给定的正实数，则该不倒翁的表面积为



(1)



(2)

第6题图

- A. $(2-\sqrt{2})\pi r^2$ B. $\sqrt{2}\pi r^2$ C. $2\sqrt{2}\pi r^2$ D. $(2+\sqrt{2})\pi$
7. 函数 $f(x) = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \cos x$ 的所有零点为
- A. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 C. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ D. $x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
8. 已知 $f(x) = x^3 + ax^2 + b (a, b \in \mathbb{R})$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $x - y + 1 = 0$, 则 $f(x)$ 的极大值为
- A. 0 B. $\frac{2}{3}$ C. 2 D. $\frac{50}{27}$
9. 若把函数 $y = f(x)$ 图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍, 纵坐标不变, 则得到函数 $y = \sin x$ 的图象. 若把 $y = f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 则 $g(x) =$
- A. $\sin 2x$ B. $-\cos 2x$
 C. $\sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{8}\right)$ D. $\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{8}\right)$
10. 已知点 P 在圆 $x^2 - 2x + y^2 = 0$ 上运动, 点 Q 在直线 $x - y + 1 = 0$ 上运动, 则 $|PQ|$ 的最小值为
- A. $\sqrt{2} - 1$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2} + 1$ D. $2\sqrt{2}$
11. 设 $a = \frac{1}{2} \ln 1.01, b = 1.01 - \sqrt{1.01}, c = 0.01$, 则
- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $b < a < c$ D. $b < c < a$
12. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$, 过点 $M(1, 2)$ 作抛物线的两条切线 MA, MB , 点 A, B 为切点. 若 $\triangle MAB$ 的面积不大于 $2\sqrt{2}$, 则 p 的取值范围是
- A. $\left(0, \frac{1}{2}\right]$ B. $(0, 1]$ C. $[1, 2)$ D. $[1, +\infty)$

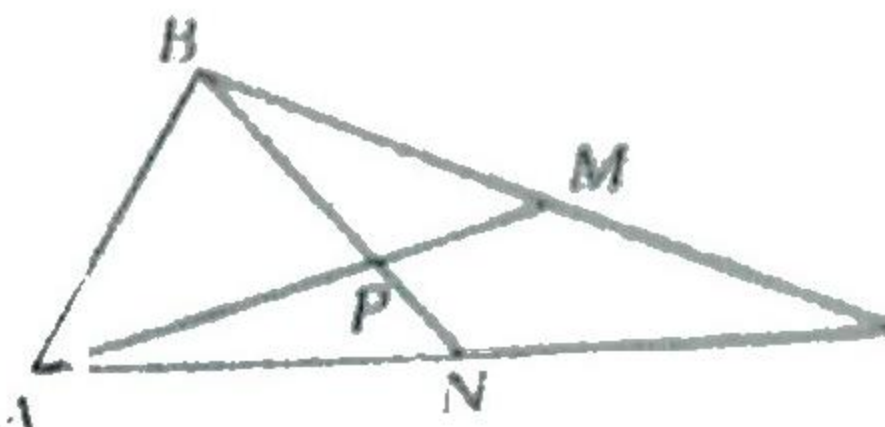
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线与圆 $M: (x-2)^2 + y^2 = 3$ 相切, 该双曲线的离心率 e 为

_____.

14. 已知 $a = (-1, 1), b = (2, 3)$, 若实数 λ 满足 $a + \lambda b \parallel 2a - b$, 则 $\lambda =$.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB = 2, AC = 5, \cos \angle BAC = \frac{7}{20}$, BC, AC 边上的两条中线 AM, BN 相交于点 P , 则 $\angle MPN$ 的余弦值为 .



第 15 题图

16. 任取一个正整数, 若是奇数, 就将该数乘 3 再加上 1; 若是偶数, 就将该数除以 2. 反复进行上述两种运算, 经过有限步骤后, 必进入循环圈 $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$.

这就是数学史上著名的“冰雹猜想”(又称“角谷猜想”等). 如取正整数 $m = 6$,

根据上述运算法则得出 $6 \rightarrow 3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$, 至少需经过 8 个步骤变成 1 (简称为 8 步“雹程”). 一般地, 一个正整数 m 首次变成 1 需经过 n 个步骤 (简称为 n 步“雹程”). 现给出冰雹猜想的递推

关系如下: 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = m$ (m 为正整数), $a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2}, & \text{当 } a_n \text{ 为偶数时,} \\ 3a_n + 1, & \text{当 } a_n \text{ 为奇数时.} \end{cases}$ 若 $a_n = 1$, 即“雹程”

“雹程”对应的 m 的所有可能取值的中位数为 .

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答; 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 5 小题, 每小题 12 分, 共 60 分.

17. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, (n+1)a_n = na_{n+1}$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

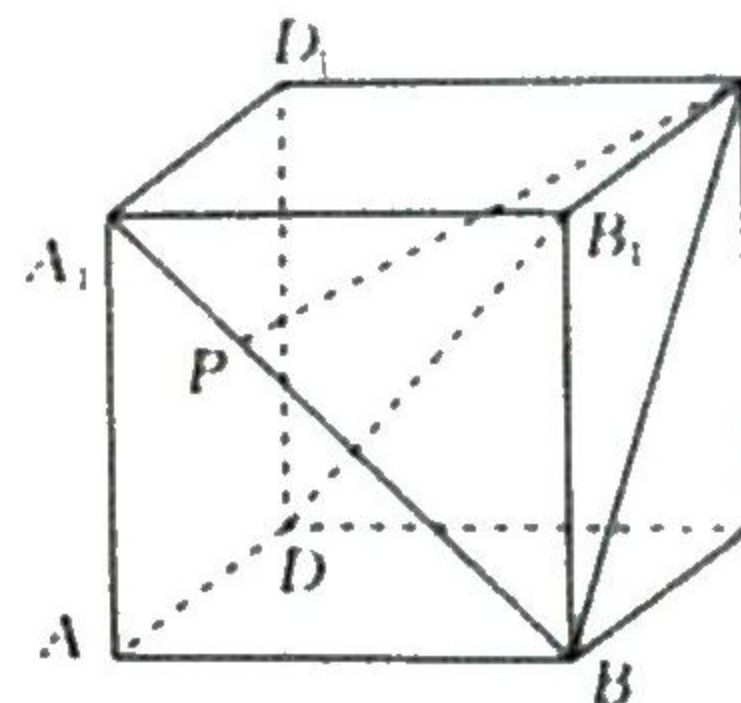
(2) 设 $b_n = 2^n \cdot a_n$, 求 $b_1 + b_2 + \dots + b_n$.

18. (12 分)

如图, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 动点 P 在线段 A_1B 上运动.

(1) 求证: $B_1D \perp$ 平面 BC_1P ;

(2) 求点 B_1 到平面 BC_1P 的距离.



第 18 题图

9. (12 分)

2021 年 7 月 24 日, 我国运动员杨倩以 251.8 环的成绩获得东京奥运会射击女子 10 米气步枪项目金牌, 为中国代表团摘下本届奥运会的首枚金牌, 也让《义勇军进行曲》成为第一首奏响在本届奥运会赛场上的国歌. 在决赛赛场上, 第二阶段前 4 轮 (第 11~18 枪, 每轮 2 枪) 是选手淘汰阶段, 后 3 轮 (第 19~24 枪, 每轮 2 枪) 进入奖牌争夺阶段. 杨倩在第二阶段成绩如下:

轮数	1		2		3		4		5		6		7	
枪数	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
得分	10.5	10.4	10.8	10.9	10.2	10.8	10.0	10.6	10.6	10.5	10.7	10.6	10.7	9.8

(1) 计算第二阶段前 4 轮和后 3 轮得分的均值, 试根据此结果分析该选手在淘汰阶段和奖牌争夺阶段的发挥状态哪个更好;

(2) 记后 3 轮得分的均值为 \bar{x} , 标准差为 s , 若数据落在 $[\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s]$ 内记为正常, 否则不正常, 请根据此结论判断该选手最后一枪在后 3 轮 6 个数据中是否为正常发挥? (参考数据: $\sqrt{353} \approx 18.79$, 计算结果精确到 0.01)

20. (12分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 焦距为 $2\sqrt{3}$, O 为坐标原点.

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 已知圆 O 的任意一条切线与椭圆 E 恒有两个交点 M, N , 且 $OM \perp ON$, 求 $|MN|$ 的取值范围.

21. (12分)

已知 $f(x) = e^{x-1} - \ln x - 1 + (1-a)x$, 其中 $a \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $a=1$ 时, 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 证明: 当 $a \leq 1$ 时, $f(x) \geq 0$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \left(t + \frac{1}{t} \right), \\ y = \frac{1}{2} \left(t - \frac{1}{t} \right) \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \cos \theta - \rho \sin \theta + 2 = 0$.

(1) 求曲线 C_1, C_2 的直角坐标方程;

(2) 求 C_1 与 C_2 公共点的直角坐标.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知 a, b 均为正数, 且 $a+b=1$.

(1) 求 $a^2 + b^2$ 的最小值;

(2) 证明: $ab^2 \leq \frac{4}{27}$.