

# 华大新高考联盟 2022 年名校高考押题卷(全国卷)

## 文科数学



扫码关注 查询成绩

审订单位:华中师范大学考试研究院

本试题卷共 4 页,共 22 题。满分 150 分,考试用时 120 分钟

### 注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后,请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设  $U=\mathbf{R}$ , 已知两个非空集合  $M, N$  满足  $M \cap (\complement_U N) = \emptyset$ , 则
 

A. $M \cap N = \mathbf{R}$	B. $M \subseteq N$
C. $N \subseteq M$	D. $M \cup N = \mathbf{R}$
2. 在  $(x+i)^8$  (其中  $i$  为虚数单位) 的展开式中,  $x^4$  项的系数为
 

A. $-1$	B. $1$	C. $-70$	D. $70$
---------	--------	----------	---------
3. 已知命题  $q: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x - 1 > 0$ , 则
 

A. 命题 $\neg q: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x - 1 \leq 0$ 为假命题
B. 命题 $\neg q: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x - 1 \leq 0$ 为真命题
C. 命题 $\neg q: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x - 1 \leq 0$ 为假命题
D. 命题 $\neg q: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x - 1 \leq 0$ 为真命题

要得到函数  $f(x) = 2\sin 3x$  的图象, 只需将函数  $g(x) = 2\cos 3x$  的图象

A. 向左平移 $\frac{\pi}{2}$	B. 向右平移 $\frac{\pi}{2}$
C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$	D. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$
5. 一个质地均匀的正四面体, 四个面分别标以数字 1, 2, 3, 4. 抛掷该正四面体两次, 依次记下它与地面接触的面上的数字. 记事件 A 为“第一次记下的数字为奇数”, 事件 B 为“第二次记下的数字比第一次记下的数字大 1”, 则下列说法正确的是

A.  $P(A) = \frac{1}{3}$

B. 事件 A 与事件 B 互斥

C.  $P(B|A) = \frac{1}{4}$

D. 事件 A 与事件 B 相互独立

6. 若实数  $x, y$  满足  $2^x + 4^y = 2^{x+2y}$ , 则  $x + 2y$  的最小值为

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

7. 设  $a = \log_{0.3} 0.2, b = \log_3 2, c = \log_{30} 20$ , 则

A.  $c < b < a$

B.  $b < c < a$

C.  $a < b < c$

D.  $a < c < b$

8. 设角  $\alpha, \beta$  的终边均不在坐标轴上, 且  $\tan(\alpha - \beta) + \tan\beta = \tan\alpha$ , 则下列结论正确的是

A.  $\sin(\alpha + \beta) = 0$

B.  $\cos(\alpha - \beta) = 1$

C.  $\sin^2\alpha + \sin^2\beta = 1$

D.  $\sin^2\alpha + \cos^2\beta = 1$

9. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别是  $F_1, F_2$ , 过  $F_2$  的直线  $l$  交双曲线  $C$  于  $P, Q$  两

点且使得  $\overrightarrow{PF_2} = \lambda \overrightarrow{F_2Q} (0 < \lambda < 1)$ ,  $A$  为左支上一点且满足  $F_1\vec{A} + F_1\vec{P} = \mathbf{0}, F_1\vec{F}_2 = \frac{2}{3}\vec{AF}_2 + \frac{1}{3}\vec{AQ}$ ,  $\triangle AF_1P$

的面积为  $b^2$ , 则双曲线  $C$  的离心率为

A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B.  $\sqrt{2}$

C.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$

D.  $\sqrt{3}$

10. 设函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \frac{\pi}{3}), \omega > 0$ , 下列说法错误的是

A. 当  $\omega = 2$  时,  $f(x)$  的图象关于直线  $x = \frac{\pi}{12}$  对称

B. 当  $\omega = \pi$  时,  $f(x)$  的图象关于点  $(-\frac{1}{3}, 0)$  成中心对称

C. 当  $\omega = \frac{1}{2}$  时,  $f(x)$  在  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上单调递增

D. 若  $f(x)$  在  $[0, \pi]$  上的最小值为  $-2$ , 则  $\omega$  的取值范围为  $\omega \geq \frac{1}{6}$

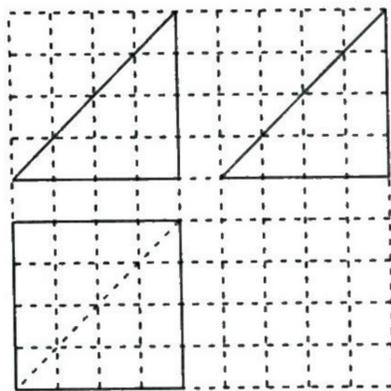
11. 某空间多面体的三视图如图所示(图中小正方形的边长为 1), 则在这个多面体的各个面中, 最大的面的面积为

A. 8

B.  $8\sqrt{2}$

C.  $8\sqrt{3}$

D. 16



12. 设  $f(x) = \sin 2x + 2|\cos x|, x \in \mathbf{R}$ , 给出下列四个结论:

①  $f(x)$  在区间  $[0, 2\pi]$  上有 2 个零点;

②  $f(x)$  的单调递增区间为  $(k\pi + \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{7\pi}{6}), k \in \mathbf{Z}$ ;

③  $f(x)$  的图象关于点  $(\frac{\pi}{2}, 0)$  对称;

④  $f(x)$  的值域为  $[0, \frac{3\sqrt{3}}{2}]$ .

其中正确的结论的个数为

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 设向量  $a=(2,1), b=(-1,x)$ , 若  $a \perp (b-a)$ , 则  $|b| =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{m-1} - \frac{y^2}{2-m} = 1$  的离心率  $e=2$ , 则双曲线  $C$  的渐近线方程为 \_\_\_\_\_.

15. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $S_n \neq 0$ , 若存在常数  $\lambda$  使得  $S_{2n} = \lambda S_n (n \in \mathbb{N}^+)$  恒成立, 则常数  $\lambda$  的值为 \_\_\_\_\_.

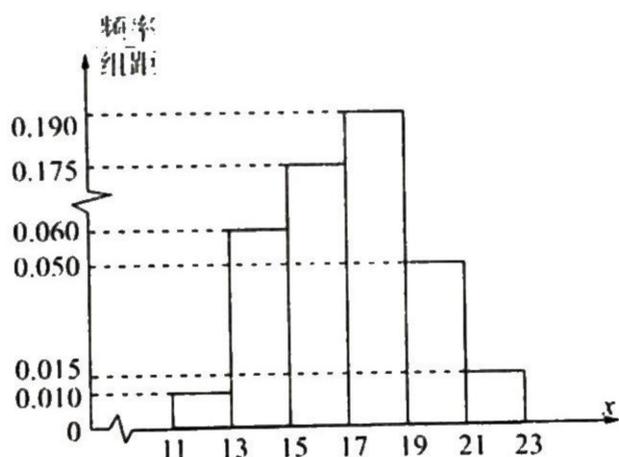
16. 在正三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AA_1=4$ , 底面  $\triangle ABC$  的边长为 2, 用一个平面  $\alpha$  截此三棱柱, 截面  $\alpha$  与侧棱  $AA_1, BB_1, CC_1$  分别交于点  $M, N, P$ , 且保持  $\triangle MNP$  为直角三角形, 则  $\triangle MNP$  的面积取值范围是 \_\_\_\_\_.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生按照要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

某市因防控新冠疫情的需要,在今年年初新增加了一家专门生产消毒液的工厂,质检部门现从这家工厂中随机抽取了 100 瓶消毒液,检测其质量指标值  $x$ , 得到该厂所生产的消毒液质量指标值的频率分布直方图如图所示,规定:当  $x < 13$  或  $x \geq 21$  时,消毒液为二等品;当  $13 \leq x < 17$  或  $19 \leq x < 21$  时,消毒液为一等品;当  $17 \leq x < 19$  时,消毒液为特等品(将频率视为概率)。



(1) 现在从抽样的 100 瓶消毒液中随机抽取 2 瓶二等品, 求这 2 瓶二等品消毒液中其质量指标值  $x < 13$  的消毒液恰好有 1 瓶的概率;

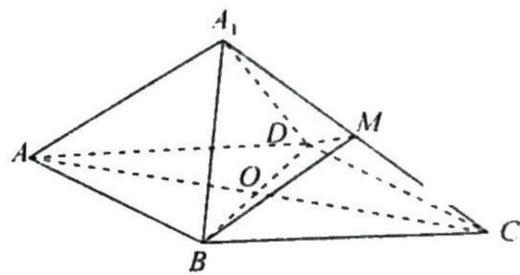
(2) 若每瓶消毒液的生产成本为 20 元, 特等品售价每瓶 35 元, 一等品售价每瓶 30 元, 二等品售价每瓶 25 元. 政府指定该工厂 5 月份只生产 10 万瓶高考考场专用消毒液, 要求高考考点使用特等品和一等品消毒液, 剩下的二等品全部免费赠送给某区教育局用于各小学操场消毒. 假定教育局全部购买了该厂 5 月份生产的特等品和一等品消毒液, 估计该厂 5 月份生产的消毒液的利润(利润=销售收入-成本)是多少万元?

18. (本小题满分 12 分)

如图所示, 四边形  $ABCD$  为菱形,  $AB=2, \angle BAD=60^\circ$ , 将  $\triangle ABD$  沿  $BD$  折起(折起后  $A$  到  $A_1$  的位置), 设  $AA_1 = \sqrt{3}$ , 点  $M$  在线段  $A_1C$  上.

(1) 证明: 平面  $AA_1C \perp$  平面  $MBD$ ;

(2) 当  $AA_1 \parallel$  平面  $MBD$  时, 求三棱锥  $M-A_1BD$  的体积.



9. (本小题满分 12 分)

在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 设  $f(x) = \sin(x+B) + \cos(x+B)\tan C$ , 且  $f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{1}{\cos C}$ .

(1) 求角  $A$ ;

(2) 若  $\triangle ABC$  的面积为  $\sqrt{3}$ , 且  $\sin B + \sin C = \frac{\sqrt{6}}{2}$ , 求  $a$  的值.

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ), 四点  $P_1(2, 0), P_2(3, 0), P_3\left(-1, \frac{\sqrt{6}}{2}\right), P_4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{7}}{2}\right)$  中恰有三个点在椭圆  $C$  上,  $A, B$  是椭圆  $C$  上的两动点, 设直线  $AP_1, BP_1$  的斜率分别为  $k_1, k_2$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 若  $A, B, P_2$  三点共线, 求  $k_1 k_2$  的值.

21. (本小题满分 12 分)

设函数  $f(x) = \frac{1+a\ln x}{x}$ , 其中  $a \in \mathbf{R}$ .

(1) 当  $a \geq 0$  时, 求函数  $f(x)$  的单调区间;

(2) 若  $f(x) \leq x^2$ , 求实数  $a$  的取值范围.

二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多选, 则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10 分)

在平面坐标系  $xOy$  中, 圆  $M$  的参数方程为  $\begin{cases} x=4+2\cos\alpha, \\ y=2+2\sin\alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数), 以  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho\cos\theta = 4\tan\theta$ .

(1) 求圆  $M$  的普通方程与曲线  $C$  的直角坐标方程;

(2) 过圆  $M$  的圆心作直线  $l$  交曲线  $C$  于  $A, B$  两点, 若  $\frac{1}{|MA|} + \frac{1}{|MB|} = 1$ , 求直线  $l$  的直角坐标方程

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10 分)

设  $a, b, c$  都是正数,  $f(x) = |x-a| + |x+b| + c$ , 且  $f(x)$  的最小值为 1.

(1) 求  $a+b+c$  的值;

(2) 证明:  $a^{3a-1} \cdot b^{3b-1} \cdot c^{3c-1} \geq 1$ .