华大新高考联盟2022年名校高考押题卷(全国卷)

理科数学

扫码关注 查询成绩

审订单位:华中师范大学考试研究院

本试题卷共4页,共22题。满分150分,考试用时120分钟

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置。

2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3. 非选择题的作答:用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4. 考试结束后,请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 在$(x+i)^8$(其中i为虚数单位)的展开式中,x^4项的系数为

A. -1　　B. 1　　C. -70　　D. 70

2. 设$U=\mathbf{R}$,已知两个非空集合M,N满足$M\cap(\complement_U N)=\varnothing$,则

A. $M\cap N=\mathbf{R}$　　B. $M\subseteq N$　　C. $N\subseteq M$　　D. $M\cup N=\mathbf{R}$

3. 已知命题q: $\forall x\in\mathbf{R}, x^2+x-1>0$,则

A. 命题$\neg q$: $\forall x\in\mathbf{R}, x^2+x-1\leqslant 0$为假命题　　B. 命题$\neg q$: $\forall x\in\mathbf{R}, x^2+x-1\leqslant 0$为真命题

C. 命题$\neg q$: $\exists x\in\mathbf{R}, x^2+x-1\leqslant 0$为假命题　　D. 命题$\neg q$: $\exists x\in\mathbf{R}, x^2+x-1\leqslant 0$为真命题

4. 已知实数$a,b,c\in(0,1)$,e为自然对数的底数,且$ae^2=2e^a$, $be^3=3e^b$, $2c=e^c\ln 2$,则

A. $b<a<c$　　B. $a<b<c$　　C. $b<c<a$　　D. $c<a<b$

5. A,B,C,D,E,F这6位同学站成一排照相,要求A与C相邻且A排在C的左边,B与D不相邻且均不排在最右边,则这6位同学站队的不同排法数为

A. 72　　B. 48　　C. 36　　D. 24

6. 已知双曲线C: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别是$F_1,F_2$,过$F_2$的直线$l$交双曲线$C$于$P,Q$两点且使得$\overrightarrow{PF_2}=\lambda\overrightarrow{F_2Q}(0<\lambda<1)$. A为左支上一点且满足$\overrightarrow{F_1A}+\overrightarrow{F_2P}=\mathbf{0}$, $\overrightarrow{F_1F_2}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AF_2}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AQ}$, $\triangle AF_2P$的面积为b^2,则双曲线C的离心率为

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$　　D. $\sqrt{3}$

7. 下列说法正确的是

A. 随机变量X服从两点分布,若$P(X=0)=\frac{1}{3}$,则$E(X)=\frac{1}{3}$

B. 随机变量 $X \sim B(n,p)$，若 $E(X)=30, D(X)=10$，则 $p=\frac{4}{3}$

C. 随机变量 X 服从正态分布 $N(4,1)$，且 $P(X \geqslant 5)=0.1587$，则 $P(3<X<5)=0.8413$

D. 随机变量 X 服从正态分布 $N(3,4)$，且满足 $X+2Y=3$，则随机变量 Y 服从正态分布 $N(0,1)$

8. 设函数 $f(x)=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right), \omega>0$，下列说法错误的是

A. 当 $\omega=2$ 时，$f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{12}$ 对称

B. 当 $\omega=\pi$ 时，$f(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{4}{3},0\right)$ 成中心对称

C. 当 $\omega=\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增

D. 若 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的最小值为 -2，则 ω 的取值范围为 $\omega \geqslant \frac{7}{6}$

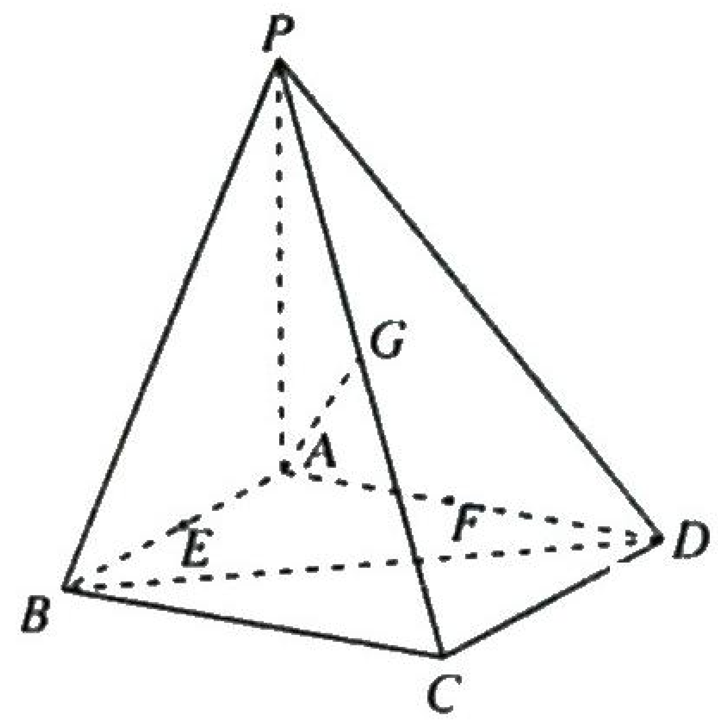
.《孙子算经》是中国古代重要的数学著作，上面记载了一道有名的"孙子问题"，后来南宋数学家秦九韶在《数书九章·大衍求一术》中有将此问题系统解决."大衍求一术"属现代数论中的一次同余式组问题，后传入西方，被称为"中国剩余定理".现有一道同余式组问题：将正整数中，被 3 除余 2 且被 5 除余 1 的数，按由小到大的顺序排成一列数，则 281 是第几个数

A. 18　　　B. 19　　　C. 20　　　D. 21

0. 设 P 为直线 $l: x-y+1=0$ 上一点，过 P 作圆 $C: x^2+y^2+2x-2y-2=0$ 的两条切线，切点分别为 A,B，则 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 的最小值为

A. $8\sqrt{3}-12$　　　B. 0　　　C. $12-8\sqrt{3}$　　　D. $8\sqrt{2}-12$

1. 如图，在四棱锥 P-$ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，$PA \perp$ 平面 $ABCD$，且 $PA=2$. 点 E,F,G 分别为棱 AB, AD, PC 的中点，下列说法错误的是



A. $AG \perp$ 平面 PBD

B. 直线 FG 和直线 AC 所成的角为 $\frac{\pi}{3}$

C. 过点 E,F,G 的平面截四棱锥 P-$ABCD$ 所得的截面为五边形

D. 当点 T 在平面 $ABCD$ 内运动，且满足 $\triangle AGT$ 的面积为 $\frac{1}{2}$ 时，动点 T 的轨迹是圆

12. 已知函数 $f(x)=\frac{k \cdot 2^x-1}{2^x+k}$ $(k \in \mathbf{R})$ 是定义域不为 $\mathbf{R}$ 的奇函数. 定义函数 $\varphi(x)=(f(x)+1)^2+a|f(x)+1|+a^2-7$ $(a \in \mathbf{R})$. 下列说法错误的是

A. $k=-1$

B. $f(x)$ 在定义域上单调递增

C. 函数 $\varphi(x)$ 不可能有四个零点

D. 若函数 $\varphi(x)$ 仅有三个零点 x_1, x_2, x_3，满足 $x_1<x_2<x_3$ 且 $x_1+x_3=0$，则 a 的值唯一确定且 $a \in (-3,-2$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 2，则 $\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{FD}=$________.

14. 已知抛物线 $C: y^2=2px(p>2)$ 的焦点为 F，点 M 为 C 上一点，点 N 为 x 轴上一点，若 $\triangle FMN$ 是边长为 2 的正三角形，则 p 的值为________.

15. 设数列$\{a_n\}$满足下列三条性质：①$a_1 \geq -1$且$a_2=-1$；②$\forall n \in \mathbf{N}^*$，$a_{4n-1} < a_{4n}$；③$\forall m,n \in \mathbf{N}^*$，$a_{m+n} \in \{a_m+a_n+1, a_m+a_n+2\}$. 则$a_5=$________.

16. 在正三棱柱$ABC\text{-}A_1B_1C_1$中，$AA_1=8$，底面$\triangle ABC$的边长为2，用一个平面α截此三棱柱，截面α与侧棱AA_1，BB_1，CC_1分别交于点M,N,P，且$\triangle MNP$为直角三角形，给出下列四个结论：①当$\triangle MNP$为等腰直角三角形时，斜边与底面所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$；②当截面MNP将三棱柱截成体积相等的两个几何体时，$\triangle MNP$的直角顶点一定为所在侧棱的中点；③截面$\triangle MNP$面积的最大值为$\sqrt{65}$；④平面α与三棱柱底面所成锐角的余弦值最大为$\frac{\sqrt{3}}{3}$. 其中正确结论的序号为________.

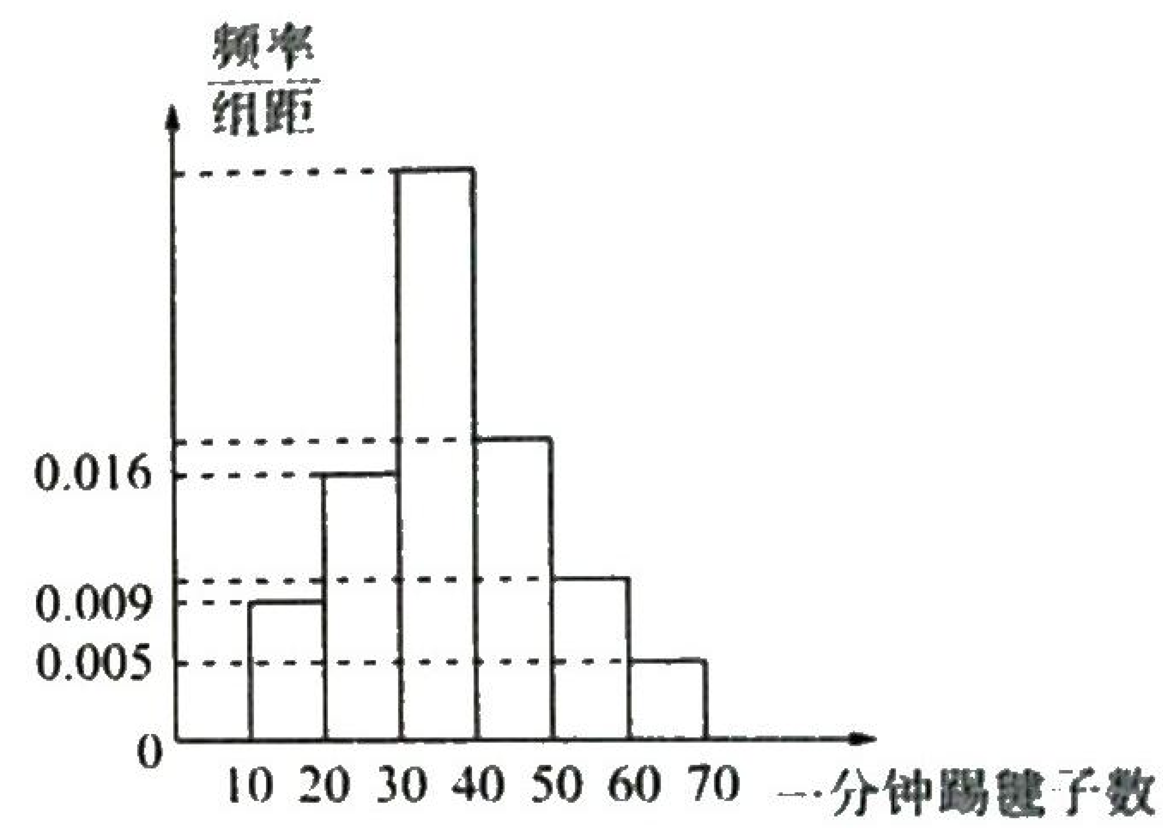
三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生按照要求作答。

(一)必考题：共60分。

17. (本小题满分12分)

为丰富学生在校的课余生活，某校高三年级倡导学生积极参加踢毽子、投篮、射门等体育活动. 各班拟推选“运动健将”组建班级代表队参与年级组织的体育比赛，年级依据各班团体和个人项目成绩的总积分排名给予表彰.

(1)踢毽子是团体项目之一. 班级人均一分钟踢毽子数不低于37个就认定为优秀. A班利用体育课进行一分钟踢毽子练习，体育委员统计出同学们的成绩(全介于10到70之间)并作出频率分布直方图如图所示(原始成绩单丢失). 已知该频率分布直方图后四组“柱高”依次成等比数列，假若以这次练习的成绩做评价，该班是否能达到优秀标准？请说明你的判断理由.



(2)年级组织的竞技比赛中设有定点投篮和射门两个个人项目，竞赛规则如下：

参赛选手从甲、乙两种方式中任选一种进行比赛，若投中或射中就称之为成功.

甲方式：从投篮、射门两项中通过抽签等可能地选择其中一个项目连续测试两次；

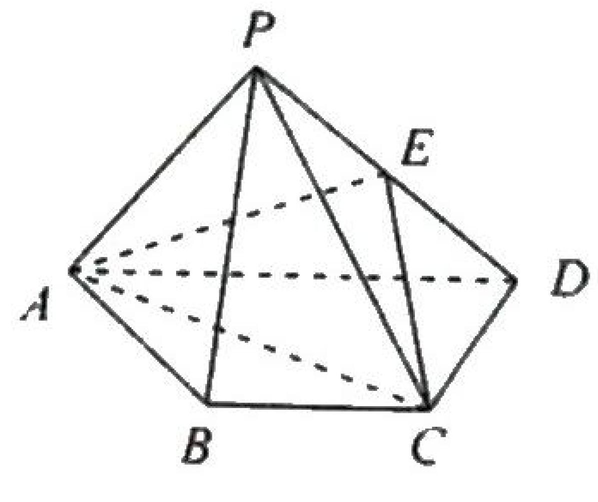
乙方式：从投篮、射门两项中通过抽签等可能地选择其中一个项目进行测试，若该项目成功则换另一个项目接着进行测试，否则重复测试该项目. 此方式也只测试两次.

积分规则：无论选甲、乙哪种方式，若某项目首次测试成功就记5分，失败则记0分；再次测试该项目时，成功只记4分，失败仍记0分.

A班推选a同学代表班级从甲、乙两方式中选择一种参加个人项目比赛. 已知a同学投篮和射门的命中率分别为$\frac{4}{5}$，$\frac{3}{5}$，且前后两项测试不会相互影响. 以参加比赛的得分期望为标准，请问a同学该选择哪种方式?

18. (本小题满分12分)

如图，在四棱锥$P\text{-}ABCD$中，$\triangle PAC$为等边三角形，平面$PAC\perp$平面$ABCD$，E为PD的中点. 底面$ABCD$为等腰梯形，$BC/\!/AD$，$AD=2$，$AB=BC=CD=1$.



(1)证明：$PA\perp CD$；

(2)求二面角$P\text{-}CE\text{-}A$的余弦值.

19.(本小题满分 12 分)

已知数列$\{a_n\}$满足$a_2=\frac{3}{4}$，$a_{n+1}-\frac{1}{2}a_n=\frac{a_n}{2n-1}(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)证明：数列$\left\{\frac{a_n}{2n-1}\right\}$为等比数列；

(2)求数列$\{a_n\}$的前n项和S

20.(本小题满分 12 分)

已知函数$f(x)=e^x-\frac{1}{2}x^2$，$g(x)=x+\frac{9}{5}\sin x$.

(1)若$x>0$，直线l是$f(x)$的一条切线，求切线l的倾斜角θ的取值范围；

(2)求证：$f(x)>g(x)$对于$x\in(-2,+\infty)$恒成立.

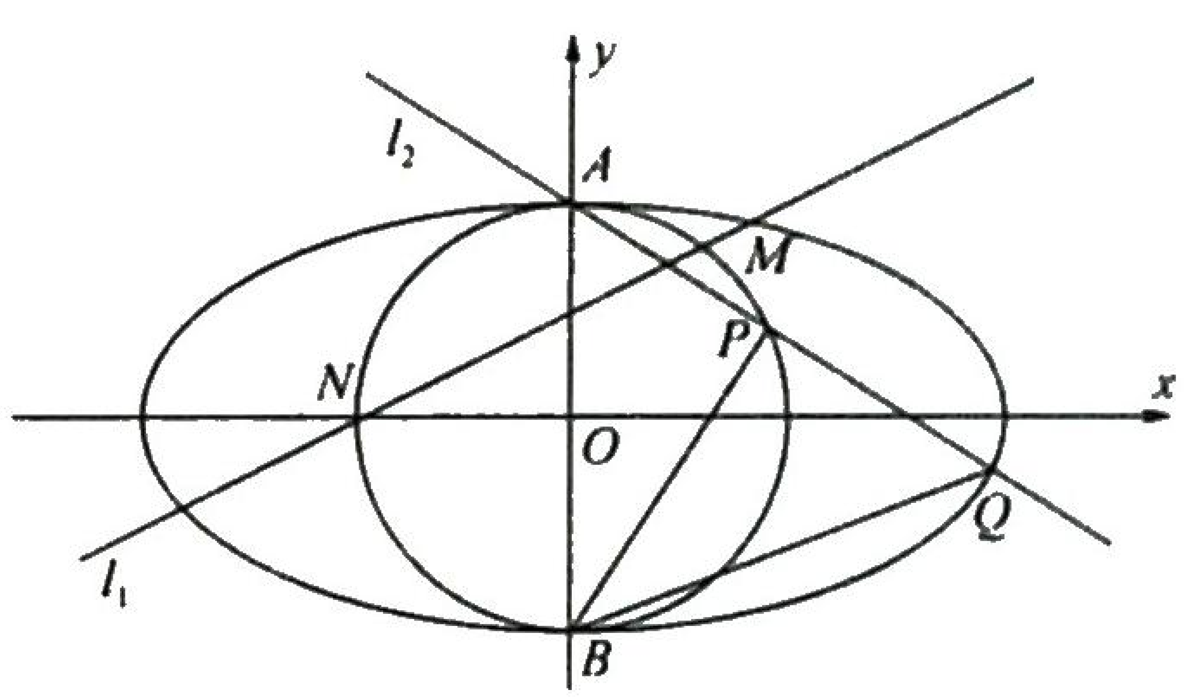
(参考数据：$e^{\frac{\pi}{4}}\approx2.19$，$e^{\frac{\pi}{3}}\approx2.85$，$\sqrt{2}\approx1.41$，$\sqrt{3}\approx1.73$，$\pi\approx3.14$

21.(本小题满分 12 分)

如图，已知椭圆E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，直线$l_1$：$y=\frac{1}{2}(x+b)$与圆$O$：$x^2+y^2=b^2$交于$M$，$N$两点，$|MN|=\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

(1)求椭圆E的方程；

(2)A，B为椭圆E的上、下顶点，过点A作直线l_2：$y=kx+b$ $(k<0)$交圆O于点P，交椭圆E于点Q(P，Q位于y轴的右侧)，直线BP，BQ的斜率分别记为k_1，k_2，试用k表示$k_1+\frac{1}{4k_2}$，并求当$k_1+\frac{1}{4k_2}\in\left[2,\frac{5}{2}\right)$时，$\triangle BPQ$面积的取值范围.



(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多选，则按所做的第一题计分。

22.[选修 4-4：坐标系与参数方程](10 分)

在平面坐标系xOy中，圆M的参数方程为$\begin{cases}x=4+2\cos\alpha,\\y=2+2\sin\alpha\end{cases}$($\alpha$为参数)，以$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C$的极坐标方程为$\rho\cos\theta=4\tan\theta$.

(1)求圆M的普通方程与曲线C的直角坐标方程；

(2)过圆M的圆心作直线l交曲线C于A，B两点，若$\frac{1}{|MA|}+\frac{1}{|MB|}=1$，求直线$l$的直角坐标方程.

23.[选修 4-5：不等式选讲](10 分)

设a，b，c都是正数，$f(x)=|x-a|+|x+b|+c$，且$f(x)$的最小值为 1.

(1)求$a+b+c$的值；

(2)证明：$a^{3a-1}\cdot b^{3b-1}\cdot c^{3c-1}\geqslant1$.