机密★启用前(新高考卷)

华大新高考联盟2022年名校高考押题卷

数　学

扫码关注　查询成绩

命题单位:华中师范大学第一附属中学高三年级组

命 题 人:方　钢　韩文晶

审 题 人:钟　涛　胡立松

审订单位:华中师范大学考试研究院

本试题卷共4页,共22题。满分150分,考试用时120分钟

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置。

2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3. 非选择题的作答:用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4. 考试结束后,请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设$U=\mathbf{R}$,已知两个非空集合M,N满足$M\cap(\complement_U N)=\varnothing$,则

A. $M\cap N=\mathbf{R}$　　B. $M\subseteq N$　　C. $N\subseteq M$　　D. $M\cup N=\mathbf{R}$

2. 设实数$x>0$,则“$|\log_2 x|<1$”成立的一个必要不充分条件是

A. $\frac{1}{2}<x<2$　　B. $1<x<2$　　C. $x<1$　　D. $x<2$

3. 正六边形$ABCDEF$的边长为2,则$\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{FD}=$

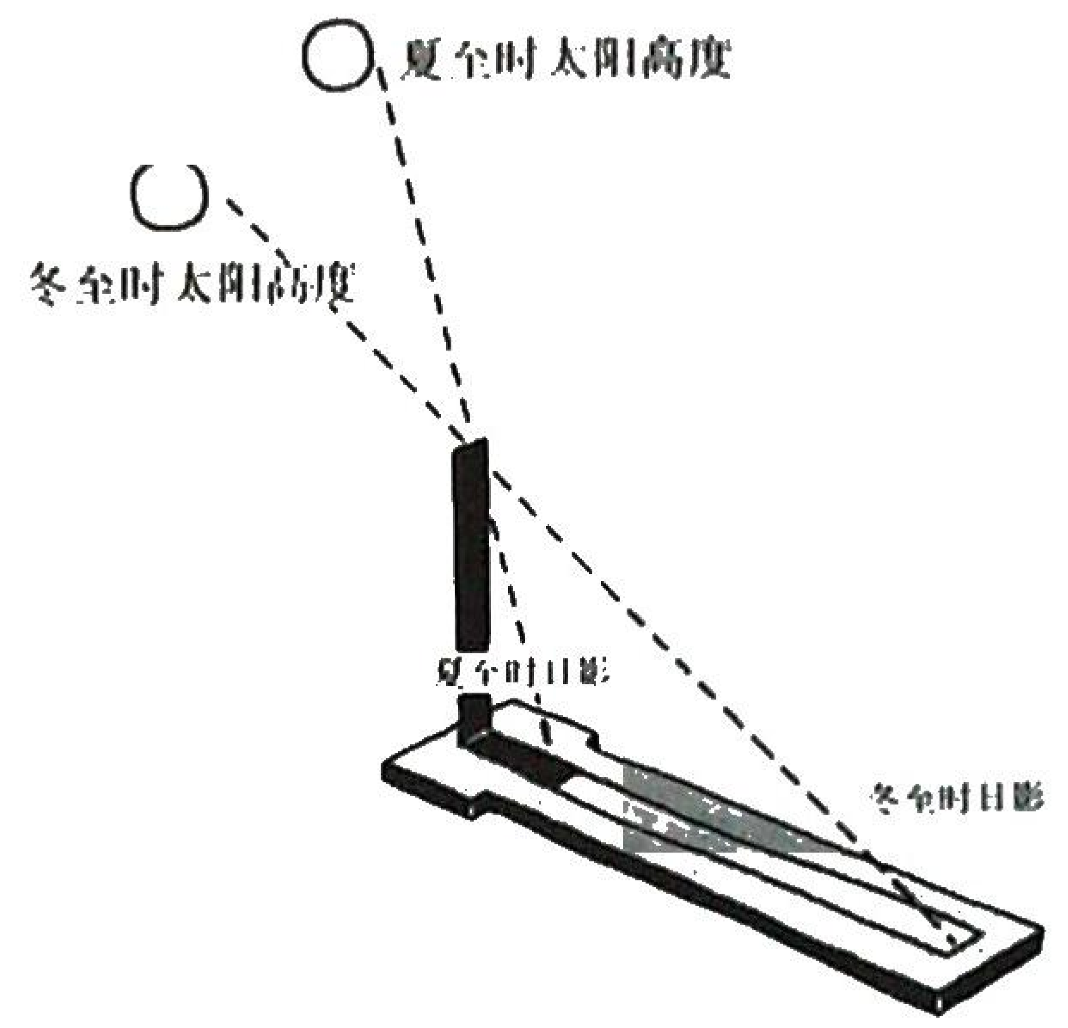
A. -6　　B. $-2\sqrt{3}$　　C. $2\sqrt{3}$　　D. 6

4. 一个质地均匀的正四面体,四个面分别标以数字1,2,3,4. 抛掷该正四面体两次,依次记下它与地面接触的面上的数字. 记事件A为“第一次记下的数字为奇数”,事件B为“第二次记下的数字比第一次记下的数字大1”,则下列说法正确的是

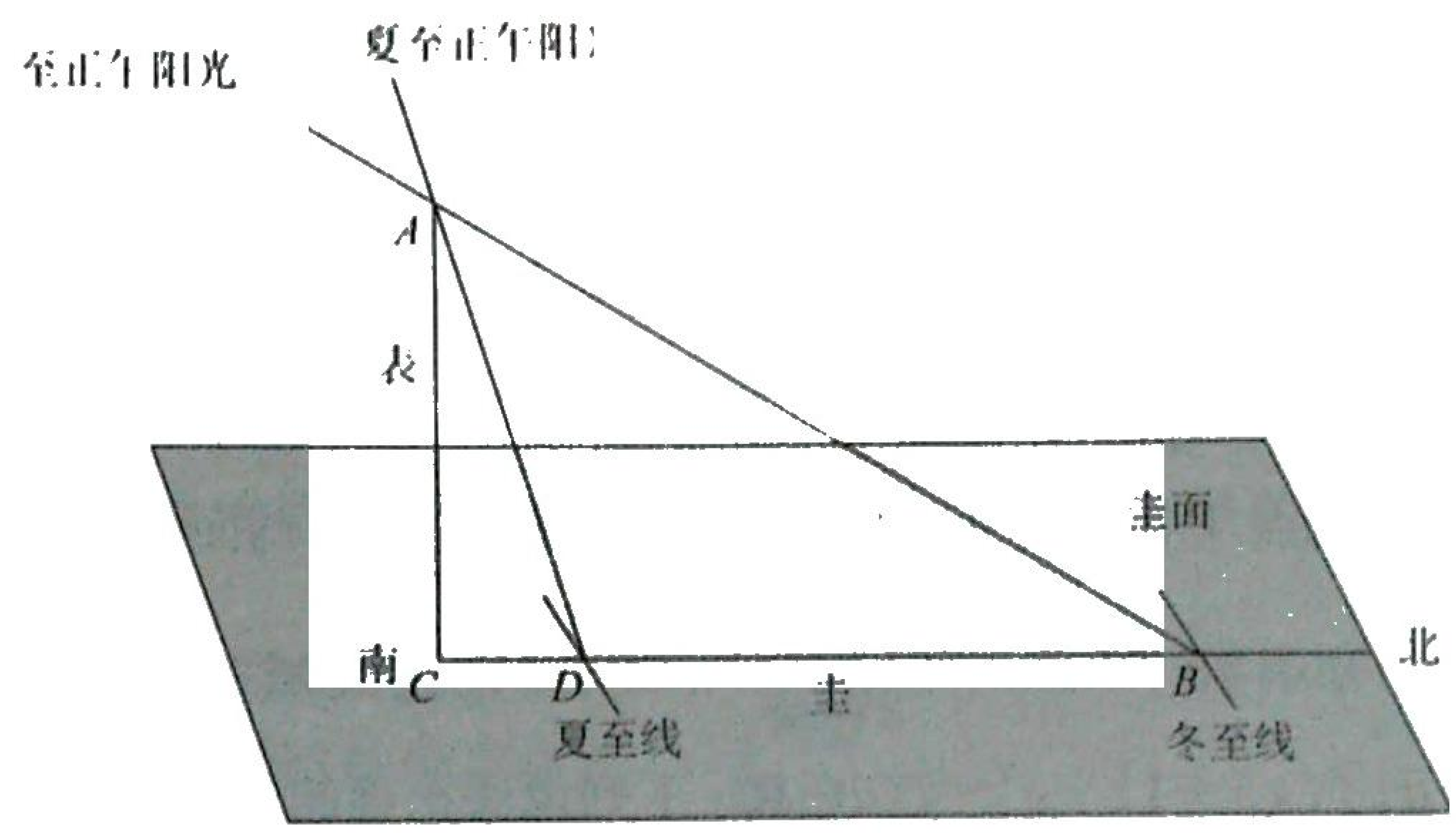
A. $P(A)=\frac{1}{3}$　　B. 事件A与事件B互斥

C. $P(B|A)=\frac{1}{4}$　　D. 事件A与事件B相互独立

5. 圭表(如图甲)是我国古代一种通过测量正午日影长度来推定节气的天文仪器,它包括一根直立的标竿(称为“表”)和一把呈南北方向水平固定摆放的与标竿垂直的长尺(称为“圭”). 当太阳在正午时刻照射在表上时,日影便会投影在圭面上,圭面上日影长度最长的那一天定为冬至,日影长度最短的那一天定为夏至. 图乙是一个根据某地的地理位置设计的圭表的示意图,已知某地冬至正午时太阳高度角(即$\angle ABC$)大约为15°,夏至正午时太阳高度角(即$\angle ADC$)大约为60°,圭面上冬至线与夏至线之间的距离(即DB的长)为a,则表高(即AC的长)为



甲



乙

A. $(2-\sqrt{3})a$　　B. $\frac{3+\sqrt{3}}{4}a$　　C. $\frac{\sqrt{3}-1}{4}a$　　D. $\frac{3-\sqrt{3}}{4}a$

6. A,B,C,D,E,F 这 6 位同学站成一排照相，要求 A 与 C 相邻且 A 排在 C 的左边，B 与 D 不相邻且均不排在最右边，则这 6 位同学站队的不同排法数为

A. 72　　B. 48　　C. 36　　D. 24

7. 已知实数 $a,b,c\in(0,1)$，e 为自然对数的底数，且 $ae^2=2e^a$，$be^3=3e^b$，$2c=e^c\ln 2$，则

A. $b<a<c$　　B. $a<b<c$　　C. $b<c<a$　　D. $c<a<b$

8. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别是 F_1,F_2，过 F_2 的直线 l 交双曲线 C 于 P,Q 两点且使得 $\overrightarrow{PF_2}=\lambda\overrightarrow{F_2Q}(0<\lambda<1)$. A 为左支上一点且满足 $\overrightarrow{F_1A}+\overrightarrow{F_2P}=\mathbf{0}$，$\overrightarrow{F_1F_2}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AF_2}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AQ}$，$\triangle AF_2P$ 的面积为 b^2，则双曲线 C 的离心率为

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$　　D. $\sqrt{3}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，选对但不全对的得 2 分。

9. 下列说法正确的是

A. 随机变量 X 服从两点分布，若 $P(X=0)=\frac{1}{3}$，则 $E(X)=\frac{1}{3}$

B. 随机变量 $X\sim B(n,p)$，若 $E(X)=30$，$D(X)=10$，则 $p=\frac{2}{3}$

C. 随机变量 X 服从正态分布 $N(4,1)$，且 $P(X\geqslant 5)=0.158\ 7$，则 $P(3<X<5)=0.841\ 3$

D. 随机变量 X 服从正态分布 $N(3,4)$，且满足 $X+2Y=3$，则随机变量 Y 服从正态分布 $N(0,1)$

10. 设函数 $f(x)=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$，$\omega>0$，下列说法正确的是

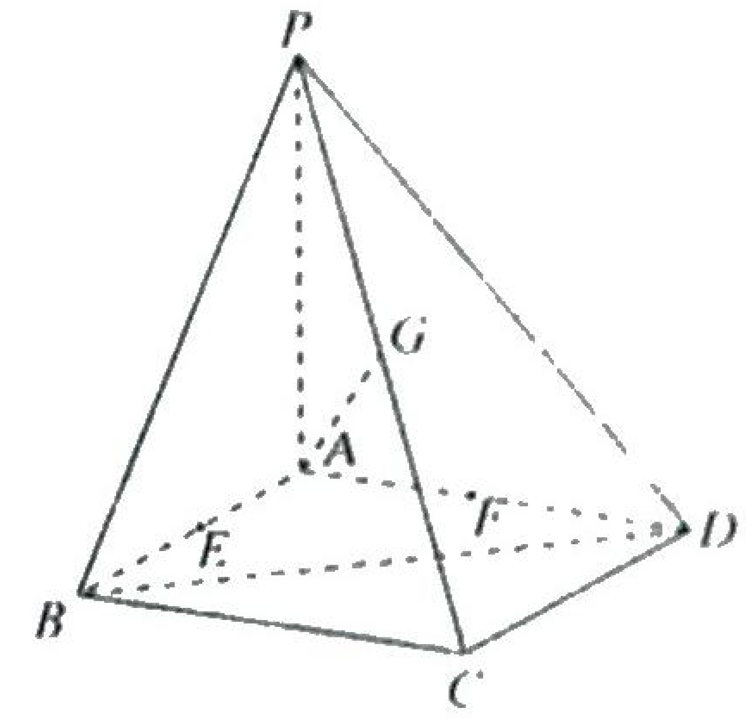
A. 当 $\omega=2$ 时，$f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{12}$ 对称

B. 当 $\omega=\pi$ 时，$f(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{4}{3},0\right)$ 成中心对称

C. 当 $\omega=\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增

D. 若 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的最小值为 -2，则 ω 的取值范围为 $\omega\geqslant\frac{7}{6}$

1. 如图，在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，且 $PA=2$，点 E,F,G 分别为棱 AB,AD,PC 的中点，下列说法正确的是



A. $AG\perp$ 平面 PBD

B. 直线 FG 和直线 AC 所成的角为 $\frac{\pi}{3}$

C. 过点 E,F,G 的平面截四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 所得的截面为五边形

D. 当点 T 在平面 $ABCD$ 内运动，且满足 $\triangle AGT$ 的面积为 $\frac{1}{2}$ 时，动点 T 的轨迹是圆

2. 已知函数 $f(x)=\frac{k\cdot 2^x-1}{2^x+k}$ $(k\in\mathbf{R})$ 是定义域不为 $\mathbf{R}$ 的奇函数. 定义函数 $\varphi(x)=(f(x)+1)^2+a|f(x)+1|+a^2-7(a\in\mathbf{R})$. 下列说法正确的是

A. $k=-1$

B. $f(x)$ 在定义域上单调递增

C. 函数 $\varphi(x)$ 不可能有四个零点

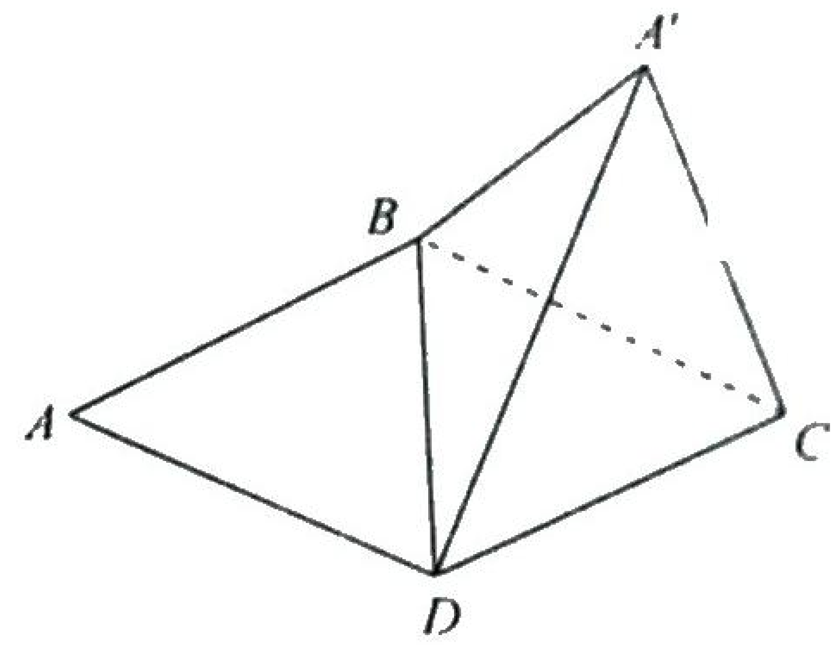
D. 若函数 $\varphi(x)$ 仅有三个零点 x_1,x_2,x_3，满足 $x_1<x_2<x_3$ 且 $x_1+x_3=0$，则 a 的值唯一确定且 $a\in(-3,-2$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 在 $(x+i)^8$（其中 i 为虚数单位）的展开式中，x^5 项的系数为________.（用数字作答）

14. 已知抛物线 $C:y^2=2px(p>2)$ 的焦点为 F，点 M 为 C 上一点，点 N 为 x 轴上一点，若 $\triangle FMN$ 是边长为 2 的正三角形，则 p 的值为________.

15. 如图，四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形且 $\angle A=\frac{\pi}{3}$，现将 $\triangle ABD$ 以 BD 为轴翻折 $\frac{2\pi}{3}$ 至 $\triangle A'BD$，使得二面角 $A'\text{-}BD\text{-}C$ 为锐二面角，则点 B 到平面 $A'CD$ 的距离是________.



16. 已知数列 $\{a_n\}$ 为 1，1，2，1，2，4，1，2，4，8，1，2，4，8，16，…，其中第一项是 2^0，接下来的两项是 $2^0,2^1$，再接下来的三项是 $2^0,2^1,2^2$，依此规律类推. 若其前 n 项和 $S_n=2^k(k\in\mathbf{N}^*)$，则称 k 为 $\{a_n\}$ 的一个理想数. 将 $\{a_n\}$ 的理想数从小到大依次排成一列，则第二个理想数是________；当 $\{a_n\}$ 的项数 $n\leqslant 2\ 022$ 时，其所有理想数的和为________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤

17.（本小题满分 10 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2=\frac{3}{4}$，$a_{n+1}-\frac{1}{2}a_n=\frac{a_n}{2n-1}(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)证明：数列 $\left\{\frac{a_n}{2n-1}\right\}$ 为等比数列；

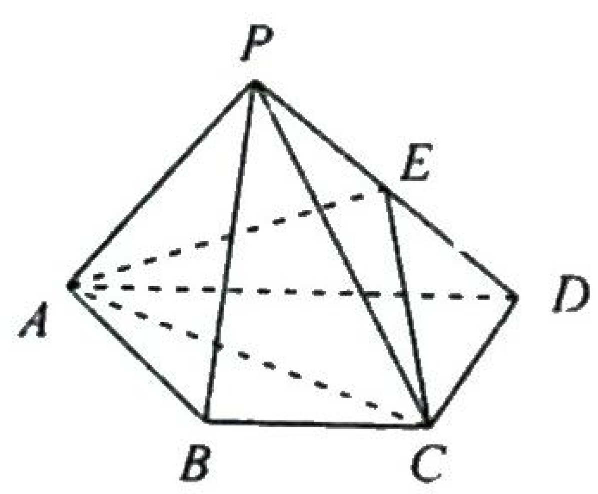
(2)求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

18.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，$\triangle PAC$ 为等边三角形，平面 $PAC\perp$ 平面 $ABCD$，E 为 PD 的中点. 底面 $ABCD$ 为等腰梯形，$BC/\!/AD$，$AD=2$，$AB=BC=CD=1$.

(1)证明：$PA\perp CD$；

(2)求二面角 $P\text{-}CE\text{-}A$ 的余弦值.



19.（本小题满分 12 分）

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $\sin\left(B+\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}-B\right)=\frac{3}{4}$.

(1)求角 B 的大小；

(2)若$\triangle ABC$为钝角三角形，________，求$\triangle ABC$外接圆的半径R的取值范围.

请在下列两个条件中选择一个作为条件补充在横线上，并解决问题.

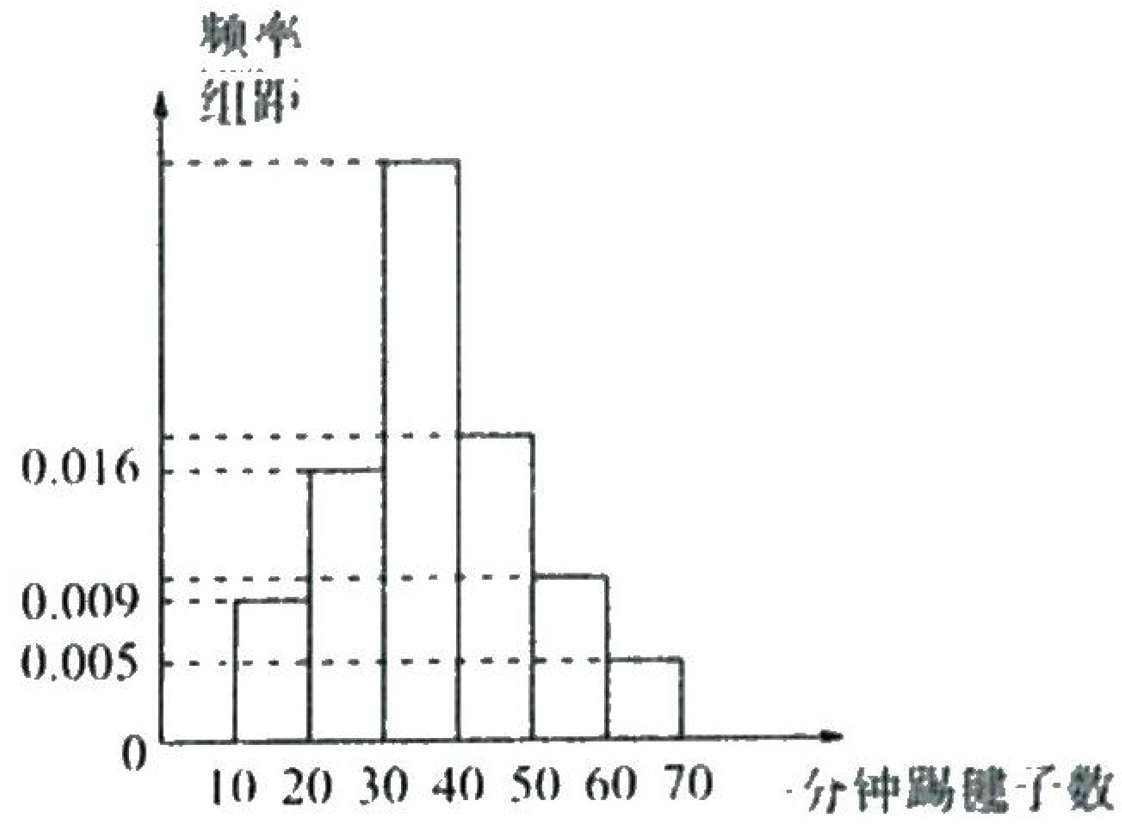
①$a+c=3$；②$a-c=3$.

（注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答记分.）

20.（本小题满分12分）

为丰富学生在校的课余生活，某校高三年级倡导学生积极参加踢毽子、投篮、射门等体育活动. 各班拟推选"运动健将"组建班级代表队参与年级组织的体育比赛，年级依据各班团体和个人项目成绩的总积分排名给予表彰.

(1)踢毽子是团体项目之一. 班级人均一分钟踢毽子数不低于37个就认定为优秀. A班利用体育课进行一分钟踢毽子练习，体育委员统计出同学们的成绩（全介于10到70之间）并作出频率分布直方图如图所示（原始成绩单丢失）. 已知该频率分布直方图后四组"柱高"依次成等比数列，假若以这次练习的成绩做评价，该班是否能达到优秀标准？请说明你的判断理由.



(2)年级组织的竞技比赛中设有定点投篮和射门两个个人项目，竞赛规则如下：

参赛选手从甲、乙两种方式中任选一种进行比赛，若投中或射中就称之为成功.

甲方式：从投篮、射门两项中通过抽签等可能地选择其中一个项目连续测试两次；

乙方式：从投篮、射门两项中通过抽签等可能地选择其中一个项目进行测试，若该项目成功则换另一个项目接着进行测试，否则重复测试该项目. 此方式也只测试两次.

积分规则：无论选甲、乙哪种方式，若某项目首次测试成功就记5分，失败则记0分；再次测试该项目时，成功只记4分，失败仍记0分.

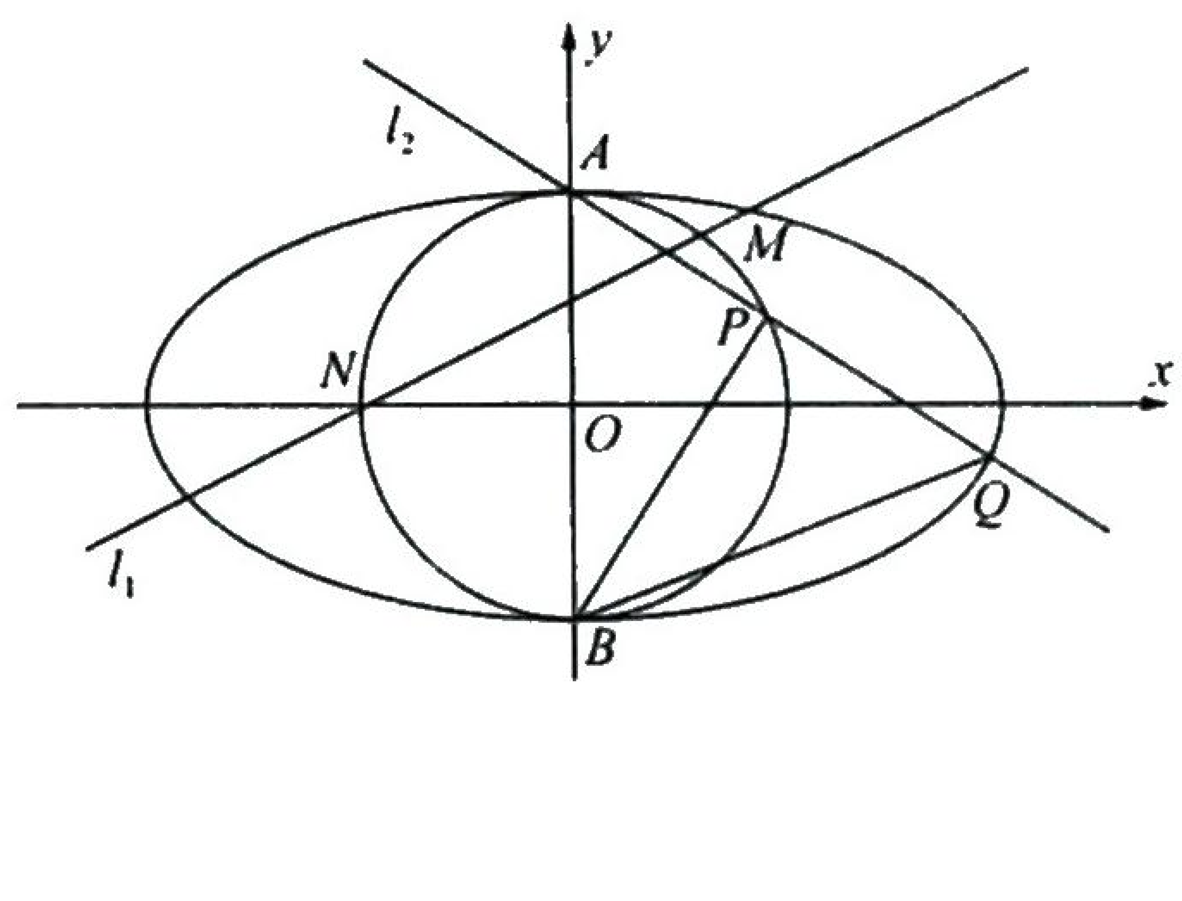
A班推选a同学代表班级从甲、乙两方式中选择一种参加个人项目比赛. 已知a同学投篮和射门的命中率分别为$\frac{4}{5}$，$\frac{3}{5}$，且前后两项测试不会相互影响. 以参加比赛的得分期望为标准，请问a同学该选择哪种方式？

21.（本小题满分12分）

如图，已知椭圆E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，直线$l_1$：$y=\frac{1}{2}(x+b)$与圆$O$：$x^2+y^2=b^2$交于$M$，$N$两点，$|MN|=\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

(1)求椭圆E的方程；

(2)A，B为椭圆E的上、下顶点，过点A作直线l_2：$y=kx+b$ $(k<0)$交圆O于点P，交椭圆E于点Q（P，Q位于y轴的右侧），直线BP，BQ的斜率分别记为k_1，k_2，试用k表示$k_1+\frac{1}{4k_2}$，并求当$k_1+\frac{1}{4k_2}\in\left[2,\frac{5}{2}\right)$时，$\triangle BPQ$面积的取值范围.



22.（本小题满分12分）

已知函数$f(x)=e^x-\frac{1}{2}x^2$，$g(x)=x+\frac{6}{5}\sin x$.

(1)若$x>0$，直线l是$f(x)$的一条切线，求切线l的倾斜角θ的取值范围；

(2)求证：$f(x)>g(x)$对于$x\in(-2,+\infty)$恒成立.

（参考数据：$e^{\frac{\pi}{4}}\approx2.19$，$e^{\frac{\pi}{3}}\approx2.85$，$\sqrt{2}\approx1.41$，$\sqrt{3}\approx1.73$，$\pi\approx3.14$）