湖北省黄冈中学 2022 届高三第二次模拟考试

数学试卷

命题教师：潘小华 周永林　审题教师：席建颖 尹念军

考试时间：2022 年 5 月 17 日下午 15:00-17:00　试卷满分：150

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 z 满足 $(-3i)z=4-5i$，则 z 的共轭复数的虚部为(　　)

A. $\frac{4i}{3}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $-\frac{4}{3}$　　D. $-\frac{4i}{3}$

2. 设集合 $A=\{x\mid(x-1)(x-4)<0\}$，$B=\{x\mid 2x+a<0\}$，且 $A\cap B=\{x\mid 1<x<2\}$，则 $a=$

A. 4　　B. 2　　C. -2　　D. -4

3. 已知 $a=2^{-\frac{1}{3}}$，$b=\log_2\frac{1}{3}$，$c=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}$，则

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$　　C. $c>a>b$　　D. $c>b>a$

4. 已知 A，B，C 是表面积为 16π 的球 O 的球面上的三个点，且 $AC=AB=1$，$\angle ABC=30°$，则三棱锥 $O-ABC$ 的体积为

A. $\frac{1}{12}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{12}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

5. 已知函数 $f(x)=xln(e^{2x}+1)-x^2+1$，$f(a)=2$，则 $f(-a)$ 的值为

A. 1　　B. 0　　C. -1　　D. -2

6. 若 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}$，$0<\alpha<\pi$，则 $\sin 2\alpha+\cos 2\alpha=$

A. $\frac{17}{25}$　　B. $-\frac{17}{25}$　　C. $\frac{31}{25}$　　D. $-\frac{31}{25}$

7. 直线 $x=2$ 与双曲线 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 的渐近线交于 A，B 两点，设 P 为双曲线上任一点，若 $\overrightarrow{OP}=a\overrightarrow{OA}+b\overrightarrow{OB}(a$，$b\in R$，$O$ 为坐标原点)，则下列不等式恒成立的是

A. $a^2+b^2\geqslant 1$　　B. $|ab|\geqslant 1$　　C. $|a+b|\geqslant 1$　　D. $|a-b|\geqslant 2$

8. 若函数 $y=f\left(x\right)$ 的图象上存在两个不同的点 A，B，使得曲线 $y=f\left(x\right)$ 在这两点处的切线重合，则称函数 $y=f(x)$ 为“共切”函数，下列函数中是“共切”函数的为

A. $y=\ln x+x$　　B. $y=e^x+x$　　C. $y=x^3+1$　　D. $y=x-\cos x$

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知由样本数据 $(x_i,\ y_i)(i=1,\ 2,\ 3,\ \dots,\ 10)$ 组成的一个样本，得到回归直线方程为 $\hat{y}=2x-0.4$，且 $\overline{x}=2$，去除两个样本点 $(-2,1)$ 和 $(2,-1)$ 后，得到新的回归直线的斜率为 3. 则下列说法正确的是

A．相关变量 x，y 具有正相关关系

B．去除两个样本点 $(-2,1)$ 和 $(2,-1)$ 后，回归直线方程为 $\hat{y}=3x-3$

C．去除两个样本点 $(-2,1)$ 和 $(2,-1)$ 后，随 x 值增加相关变量 y 值增加速度变小

D．去除两个样本点 $(-2,1)$ 和 $(2,-1)$ 后，样本 $(4,8.9)$ 的残差为 0.1

10. 已知点 $M(1,0)$，A，B 是椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 上的动点，当 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{BA}$ 取下列哪些值时，可以使 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{BM}=0$

A．3　　B．6　　C．9　　D．12

11．设函数 $f(x)=\dfrac{\sin 2x-2\sin x}{\cos x}$，则

A．$f(x)$ 在 $(-\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{2})$ 上有且仅有 1 个零点　　B．$f(x)$ 的最小正周期为 π

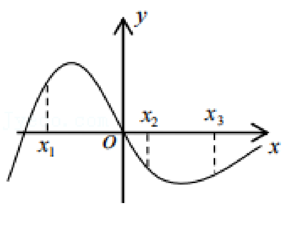
C．$f(x)$ 在 $(-\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{2})$ 上单调递减　　D．$f(x)$ 在 $(\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{3\pi}{2})$ 上单调递减

12．在数列 $\{a_n\}$ 中，对于任意的 $n\in\mathbf{N}^*$ 都有 $a_n>0$，且 $a_{n+1}^2-a_{n+1}=a_n$，则下列结论正确的是

A．对于任意的 $n\geq 2$，都有 $a_n>1$　　B．对于任意的 $a_1>0$，数列 $\{a_n\}$ 不可能为常数列

C．若 $0<a_1<2$，则数列 $\{a_n\}$ 为递增数列　　D．若 $a_1>2$，则当 $n\geq 2$ 时，$2<a_n<a_1$

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.



13. 函数 $f(x)$ 的图象如图所示，记 $A=f'(x_1)$、$B=f'(x_2)$、$C=f'(x_3)$，则 A、B、C 最大的是________.

14. 已知 $(1+x)^n$ 的展开式中，唯有 x^3 的系数最大，则 $(1+x)^n$ 的系数和为________.

15. 与三角形的一边及另外两边的延长线都相切的圆，称为这个三角形的旁切圆. 已知正 ΔABC 的中心为 O，$AB=1$，点 P 为与 BC 边相切的旁切圆上的动点，则 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}$ 的取值范围为________.

16. 棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，点 P 沿正方形 $ABCD$ 按 $ABCDA$ 的方向作匀速运

动，点Q沿正方形B_1C_1CB按$B_1C_1CBB_1$的方向以同样的速度作匀速运动，且点P,Q分别从点A与点B_1同时出发，则PQ的中点的轨迹所围成图形的面积大小是________.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分 10 分）

在$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，$c=2$．有以下 3 个条件：

①$2c\cos A=b$；②$2b-a=2c\cos A$；③$a+b=2c$.

请在以上 3 个条件中选择一个，求$\triangle ABC$面积的最大值.

18.（本小题满分 12 分）

数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，$a_1=1$，$a_{n+1}=2S_n(n\in N^*),$,

（1）求数列$\left\{a_n\right\}$的通项a_n；

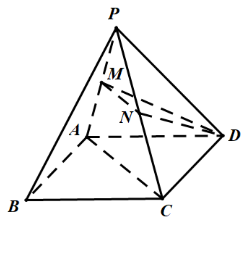
（2）求数列$\left\{na_n\right\}$的前 n 项和T_n.

19.（本小题满分 12 分）

在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是边长为$2\sqrt{2}$的正方形，平面$PAC\perp$底面$ABCD$，$PA=PC=2\sqrt{2}$.

（1）求证：$PB=PD$；

（2）若点M,N分别是棱PA,PC的中点,平面DMN与棱PB的交点为Q，则在线段BC上是否存在一点H，使得$DQ\perp PH$，若存在，求BH的长,若不存在,请说明理由.



20．（本小题满分 12 分）

根据社会人口学研究发现，一个家庭有X个孩子的概率模型为：

X	1	2	3	0
概率	$\frac{\alpha}{p}$	α	$\alpha(1-p)$	$\alpha(1-p)^2$

其中$\alpha>0$，$0<p<1$．每个孩子的性别是男孩还是女孩的概率均为$\frac{1}{2}$且相互独立，事件A_i表示一个家庭有 i 个孩子$(i=0,1,2,3)$，事件B表示一个家庭的男孩比女孩多(例如：一个家庭恰有一个男孩，则该家庭男孩多．)

（1）若$p=\frac{1}{2}$，求α，并根据全概率公式$P(B)=\sum_{i=0}^{3}P(B|A_i)P(A_i)$，求$P(B)$；

（2）为了调控未来人口结构，其中参数p受到各种因素的影响(例如生育保险的增加，教育、医疗福利的增加等).

①若希望$P(X=2)$增大，如何调控p的值？

②是否存在p的值使得$E(X)=\frac{5}{3}$，请说明理由.

21.（本小题满分 12 分）

动点P到定点$F(0,1)$的距离比它到直线$y=-2$的距离小 1，设动点P的轨迹为曲线C，过点F的直线交曲线C于A,B两个不同的点，过点A,B分别作曲线C的切线，且二者相交于点M．

（1）求曲线C的方程；

（2）求证：$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{MF}=0$；

（3）求ΔABM的面积的最小值.

22.（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=\frac{ax^2}{e^x}+\frac{1}{2}x^2-2x(a\in\mathbf{R})$（ $e=2.71828\ldots$是自然对数的底数）.

（1）若$f(x)$在$x\in(0,2)$内有两个极值点，求实数 a 的取值范围；

（2）$a=1$时，讨论关于x的方程$\left[f(x)-\frac{1}{2}x^2+2x\right]\frac{1}{xe^x}+b=|\ln x|(b\in\mathbf{R})$的根的个数.