2022～2023 学年度
武汉市部分学校高三年级九月调研考试

数 学 试 卷

武汉市教育科学研究院命制　　　　　　　　　　2022.9.6

本试题卷共 5 页，22 题，全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3. 非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x|x^2+5x-6<0\}$，$B=\{x|x>-2\}$，则 $A\cap B=$

A. $(-2,+\infty)$　　B. $(-6,-2)$　　C. $(-2,1)$　　D. $(-2,6)$

2. 计算 $\frac{1-2i}{2-i}=$

A. $\frac{-4+3i}{5}$　　B. $\frac{-4-3i}{5}$　　C. $\frac{4+3i}{5}$　　D. $\frac{4-3i}{5}$

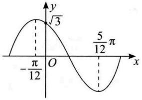
3. 记 $a=3^{-0.2}$，$b=0.2^{-0.2}$，$c=\log_{0.2}3$，则

A. $c<a<b$　　B. $c<b<a$　　C. $b<c<a$　　D. $a<c<b$

4. 某圆锥的侧面展开图是半径为 3，圆心角为 120° 的扇形，则该圆锥的体积为

A. $4\sqrt{5}\pi$　　B. $\frac{4\sqrt{5}}{3}\pi$　　C. $2\sqrt{2}\pi$　　D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$

5. 函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的部分图象如图所示，则 $f(x)=$



A. $2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$　　B. $2\sin(2x+\frac{2\pi}{3})$

C. $\sqrt{6}\sin(3x+\frac{\pi}{4})$　　D. $\sqrt{6}\sin(3x+\frac{3\pi}{4})$

6. 设正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $2S_3=3a_2+8a_1$，$S_8=2S_7+2$，则 $a_2=$

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

7. 点声源在空间中传播时，衰减量 ΔL 与传播距离 r（单位：米）的关系式为 $\Delta L=10\lg\frac{\pi r^2}{4}$（单位：dB），取 $\lg5\approx0.7$，则 r 从 5 米变化到 40 米时，衰减量的增加值约为

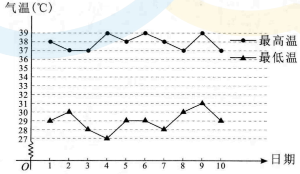
A. 12dB　　B. 14dB　　C. 18dB　　D. 21dB

8. 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左右焦点为 F_1，F_2，过 F_2 的直线与双曲线右支交于 A，B 两点，设 AB 中点为 P，若 $|AB|=\sqrt{2}|F_1P|$，且 $\angle F_1PA=45°$，则该双曲线的离心率为

A. $\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{5}$　　C. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 某市今年夏天迎来罕见的高温炎热天气，当地气象部门统计进入八月份以来（8 月 1 日至 8 月 10 日）连续 10 天中每天的最高温和最低温，得到如下的折线图：



根据该图，关于这 10 天的气温，下列说法中正确的有

A. 最低温的众数为 29℃　　B. 最高温的平均值为 37.7℃

C. 第 4 天的温差最大　　D. 最高温的方差大于最低温的方差

10. 平面向量 $\boldsymbol{a}=(\cos\alpha,\sin\alpha)$,$\boldsymbol{b}=(\cos(\alpha+\beta),\sin(\alpha+\beta))$,$\boldsymbol{c}=(\cos(\alpha+2\beta),\sin(\alpha+2\beta))$,其中 $0°<\beta<180°$,则

A. $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}|$　　B. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})//\boldsymbol{b}$

C. 若 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}|=|\boldsymbol{b}|$,则 $\beta=30°$　　D. 若 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$,则 $\beta=120°$

11. 圆 $M:(x-k^2)^2+(y-2k)^2=3$ 与圆 $N:(x-1)^2+y^2=1$ 交于 A,B 两点,若 $|AB|=\sqrt{3}$,则实数 k 的可能取值有

A. 2　　B. 1　　C. 0　　D. -1

12. 已知函数 $f(x)=e^{x-1}+\ln x$,则过点 (a,b) 恰能作曲线 $y=f(x)$ 的两条切线的充分条件可以是

A. $b=2a-1>1$　　B. $b=2a-1<1$　　C. $2a-1<b<f(a)$　　D. $b<2a-1\leqslant-1$

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. $(x-\frac{y^2}{x})(x+y)^5$ 展开式中含 x^3y^3 项的系数为__________.

14. 已知 $\cos(\frac{\pi}{3}-\alpha)=\frac{4}{5}$,则 $\sin(2\alpha-\frac{\pi}{6})=$__________.

15. 过抛物线 $y^2=8x$ 焦点的直线与抛物线交于 M,N 两点,设抛物线的准线与 x 轴的交点为 A,当 $MA\perp NA$ 时,$|MN|=$__________.

16. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中,$\angle APB=\angle BPC=\angle CPD=\angle DPA=60°$,且 $\angle APC=\angle BPD$,$PB=PD$,$PA=\sqrt{6}$,若该四棱锥存在半径为 1 的内切球,则 $PC=$__________.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,已知 $S_n=\begin{cases}-\frac{n+1}{2}, & n\text{ 为奇数},\\ \frac{n}{2}, & n\text{ 为偶数}.\end{cases}$

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)求数列 $\{\frac{1}{a_na_{n+1}}\}$ 的前 n 项和 T_n.

18. (12 分)

如图,在图 1 的等腰直角三角形 ABC 中,$AB = CB = 3$,边 AB,AC 上的点 E,F 满足 $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{2}{3}$,将三角形 AEF 沿 EF 翻折至三角形 PEF 处,得到图 2 中的四棱锥 $P-EFCB$,且二面角 $P-EF-B$ 的大小为 $60°$.

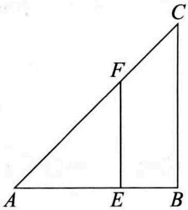


图1

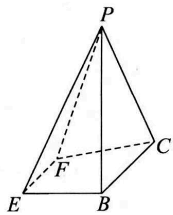


图2

(1)证明:平面 $PBC \perp$ 平面 $EFCB$;

(2)求直线 BE 与平面 PFC 所成角的正弦值.

19. (12 分)

在 ΔABC 中,角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,且满足 $a\cos C + \sqrt{3}a\sin C = b + 2c$.

(1)求角 A;

(2)D 为 BC 边上一点,$DA \perp BA$,且 $BD = 4DC$,求 $\cos C$.

20. (12 分)

某商场推出一项抽奖活动,顾客在连续抽奖时,若第一次中奖则获得奖金 10 元,并规定:若某次抽奖能中奖,则下次中奖的奖金是本次中奖奖金的两倍;若某次抽奖未能中奖,则该次不获得奖金,且下次中奖的奖金被重置为 10 元. 已知每次中奖的概率均为 $\frac{1}{4}$,且每次能否中奖相互独立.

(1)若某顾客连续抽奖 10 次,记获得的总奖金为 ξ 元,判断 $E(\xi)$ 与 25 的大小关系,并说明理由;

(2)若某顾客连续抽奖 4 次,记获得的总奖金为 X 元,求 $E(X)$.

21. (12 分)

已知椭圆 E: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，过点 $P(-1,-1)$ 且与 x 轴平行的直线与椭圆 E 恰有一个公共点，过点 P 且与 y 轴平行的直线被椭圆 E 截得的线段长为$\sqrt{3}$.

(1)求椭圆 E 的标准方程；

(2)设过点 P 的动直线与椭圆 E 交于 M,N 两点，T 为 y 轴上的一点，设直线 MT 和 NT 的斜率分别为 k_1 和 k_2，若$\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}$为定值，求点 T 的坐标.

22. (12 分)

已知函数$f(x)=\frac{1}{k}(x-k-3)e^x-x$.

(1)讨论函数$f(x)$的极值点个数；

(2)当$f(x)$恰有一个极值点 x_0 时，求实数 k 的值，使得$f(x_0)$取最大值.