2022年秋季鄂东南省级示范高中教育教学改革联盟学校期中联考

高一数学试卷

命题学校：黄梅一中　命题教师：陈子剑　刘　波

审题学校：鄂州高中　审题教师：王　娜

考试时间：2022年11月16日上午8：00—10：00　　试卷满分：150分

一、单项选择题（本大题共有8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是最符合题目要求的. 注意：答在试卷上无效）

1. 已知集合 $A=\{x|-3\leqslant x<9\}$，集合 $B=\{x|\sqrt{x-1}<4\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{x|-3\leqslant x<3\}$　　B. $\{x|-3\leqslant x<9\}$　　C. $\{x|1\leqslant x<3\}$　　D. $\{x|1\leqslant x<9\}$

2. 已知条件 p：$a=b(ab\neq 0)$，条件 q：$a+\frac{1}{a}=b+\frac{1}{b}$，则 p 是 q 的（　　）

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件　C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

3. 下列各组函数图象相同的是（　　）

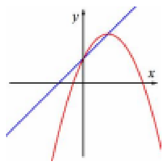
A. $y=x^2$ 与 $y=\frac{x^3}{x}$　B. $y=|x|$ 与 $y=(\sqrt{x})^2$　C. $y=\sqrt{x^2}$ 与 $y=x$　D. $y=\sqrt[3]{(x+1)^3}$ 与 $y=x+1$

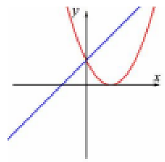
4. 下列推断正确的是（　　）

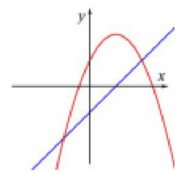
A. 若 $a^2>b^2$，则 $a>b$　　B. 若 $a>b$，$c>d$，则 $ac>bd$

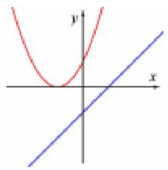
C. 若 $a>b$，则 $a^3>b^3$　　D. 若 $a>b$，$c>d$，则 $a-c>b-d$

5. 函数 $f(x)=ax^2+2x+1$，$g(x)=x+a$，则 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象在同一坐标系中可能是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

6. 已知点 $P(m,n)$ 位于函数 $y=-3x+4$ 的图象在第一象限内的部分上，则 $\frac{3}{m}+\frac{1}{n}$ 的最小值为（　　）

A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2

7. 若函数 $f(x-1)$ 的定义域是 $[-1,3]$，则函数 $f(\sqrt{x}-2)$ 的定义域是（　　）

A. $[1,5]$　　B. $[0,4]$　　C. $[1,25]$　　D. $[0,16]$

8. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f(3)=5$．若对任意不相等的实数 x，y，恒有 $\dfrac{f(y)-f(x)}{x-y}>-2$，则不等式 $f(2x-1)<4x-3$ 的解集为（　　）

A．$(-\infty，-1)$　　B．$(-1，+\infty)$　　C．$(-\infty，2)$　　D．$(2，+\infty)$

二、多项选择题（本大题共有 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合要求，全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错的得 0 分. 注意：答在试卷上无效）

9. 设集合 $A=\{y|y=x^2+1\}$，$B=\{y|y=x^2+4x+5\}$，全集 $U=\mathbf{R}$，下列说法正确的是（　　）

A．$A\cap B=\{-1\}$　　B．$A\cap B=\{2\}$　　C．$(\complement_U A)\cap B=\varnothing$　　D．$A\cup B=B$

10. 下列命题正确的是（　　）

A．“$xy>6$”的一个充分不必要条件是“$x>2$ 且 $y>3$”

B．命题“$\forall x\geqslant 1$，$x^2+2x-3\geqslant 0$”的否定是“$\exists x<1$，$x^2+2x-3<0$”

C．若集合 $\{x|ax^2+2x+1=0\}$ 只有两个子集，则 $a=1$

D．函数 $f(x)=\dfrac{x^2+3}{\sqrt{x^2+1}}$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$

11. 下列函数在区间（2，＋∞）上单调递增的是（　　）

A．$y=x+\dfrac{1}{x}$　　B．$y=x-\dfrac{1}{x}$　　C．$y=\dfrac{1}{4-x}$　　D．$y=\sqrt{x^2-4x+3}$

12. 若正数 a，b 满足 $a+b=2$，则 $\dfrac{3a}{b}+\dfrac{4}{ab}$ 的值可能为（　　）

A．4　　B．6　　C．8　　D．10

三、填空题（本大题共有 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 注意：答在试卷上无效）

13. 设集合 $A=\{x|\dfrac{2x+1}{x+3}\leqslant 1\}$，$B=\{x||x+2|\leqslant 3\}$，则 $A\cap B=$__________．

14. 设函数 $f(x)$ 满足 $f(3-x)+2f(x)=x+3$，则 $f(3)=$__________．

15. 设函数 $f(x)=x+1$，$g(x)=x^2-x+2a$，若对 $\forall x_1\in[-2，0]$，$\exists x_2\in[-1，1]$，使得 $f(x_1)=g(x_2)$，则 a 的取值范围为__________．

16. 若 $x>1$ 时，$4x^2-(3a+2)x+3a+7\geqslant 0$ 恒成立，则 a 的取值范围为__________．

四、解答题（本大题共有 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．注意：答在试卷上无效）

17.（本小题满分 10 分）已知集合 $A=\{x|m-1<x<2m+1\}$，$B=\{x|\dfrac{x+3}{x-2}>2\}$．

（1）当 $m=2$ 时，求 $A\cap B$；

（2）若 $A\cup B=B$，求 m 的取值范围．

18.（本小题满分 12 分）设正实数 x，y 满足 $2x+3y=xy$，试求：

（1）$x+y$ 的最小值；

（2）xy 的最小值.

19.（本小题满分 12 分）定义运算 $a☆b=\begin{cases}a^2-b^2, & a\geq b\\ ab, & a<b\end{cases}$，设 $f(x)=(2x-1)☆3$.

（1）求 $f(x)$的解析式；

（2）解不等式 $f(x)<7$.

20.（本小题满分 12 分）假设某冷藏运输车以不低于 30 km/h 的速度从甲地向相距 300 km 的乙地运送某种冷鲜食品时，总耗油量 P（L）与行驶速度 v（km/h）的关系为 $P=k_1v+\frac{k_2}{v}$（k_1，k_2 为常数），冷藏成本 Q（元）与行驶速度 v 成反比. 已知该车某次以 60 km/h 的速度从甲地向乙地运送该冷鲜食品时，共耗油 32 L，冷藏成本为 108 元；另一次以 75 km/h 的速度从甲地向乙地运送该冷鲜食品时，共耗油 31 L. 供货商每次按 0. 9 元/（km • t）的价格付给司机运费，设货车油价保持 8. 1 元/L 不变.（该车从起步至速度达到 30 km/h 过程中的耗油量忽略不计）

（1）求该车从甲地向乙地运送该冷鲜食品的总成本 $f(v)$（元）与行驶速度 v（$v\geq 30$）的关系式.

（2）根据《道路交通安全法》规定，该车在此路段限速 80 km/h，若该车从甲地运输 5 t 该冷鲜食品到乙地，则该车以多大的速度行驶时，收益最大？最大收益是多少元？

21．（本小题满分 12 分）设幂函数 $f(x)=(m^2-3m-3)x^{m-2}$ 在（0，$+\infty$）单调递增．

（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）设不等式 $f(x)\leqslant 4x+5$ 的解集为函数 $g(x)=2f(x)+a[f(x+1)-f(x)]$ 的定义域，记 $g(x)$ 的最小值为 $h(a)$，求 $h(a)$ 的解析式．

22．（本小题满分 12 分）设定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足：①对 $\forall x$，$y\in\mathbf{R}$，都有 $f(x+y)=\dfrac{f(x)+f(y)}{1+f(x)f(y)}$；②$x>0$ 时，$f(x)>0$；③不存在 $x\in\mathbf{R}$，使得 $|f(x)|=1$．

（1）求证：$f(x)$ 为奇函数；

（2）求证：$f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增；

（3）设函数 $g(x)=x^2-x-3$，$f(1)=\dfrac{1}{2}$，不等式 $\dfrac{4+5f(mx)}{5+4f(mx)}>\dfrac{1+2f(mx^2)}{2+f(mx^2)}$ 对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 恒成立，试求 $g(m)$ 的值域．

2022年秋季鄂东南省级示范高中教育教学改革联盟学校期中联考

高一数学参考答案

选择题

1—8 DADCC　BDD　9．CD　10．AD　11．AB　12．BCD

填空题

13．$\{x|-3<x\leqslant 1\}$　14．3　15．$[-\frac{1}{2}，-\frac{3}{8}]$　16．$(-\infty，6]$

解答题

17. （1）$A\cap B=\{x|2<x<5\}$；（2）$(-\infty，-2]\cup\{3\}$.

18. （1）$x+y$ 的最小值为 $5+2\sqrt{6}$；（2）xy 的最小值为 24.

19. （1）$f(x)=\begin{cases}4x^2-4x-8，x\geq 2\\6x-3，x<2\end{cases}$；（2）$(-\infty，\frac{5}{3})\cup[2，\frac{5}{2})$．

20. （1）$f(v)=1.62v+\frac{16200}{v}$（$v\geqslant 30$）；

（2）该车以 80 km/h 的速度行驶时，收益最大，最大收益是 1017.9 元.

21. （1）$f(x)=x^2$；（2）$h(a)=\begin{cases}2-a，a\geq 2\\a-\frac{a^2}{2},-10<a<2\\11a+50，a\leq -10\end{cases}$.

22. （1）证明见解析；（2）证明见解析；（3）$[-3，17)$．

详细解答

1. 解不等式 $\sqrt{x-1}<4$ 得 $1\leqslant x<17$，故集合 $B=\{x|1\leqslant x<17\}$，从而 $A\cap B=\{x|1\leqslant x<9\}$，故选 D.

2. 易知，$a=b(ab\neq 0)$时，必有 $a+\frac{1}{a}=b+\frac{1}{b}$；

$a+\frac{1}{a}=b+\frac{1}{b}$ 时，$a=b(ab\neq 0)$或 $a=\frac{1}{b}(ab\neq 0)$，故选 A.

3. 易知函数 $y=x^2$ 与 $y=\frac{x^3}{x}$ 解析式相同，定义域不同；

函数 $y=|x|$ 与 $y=(\sqrt{x})^2$ 解析式与定义域均不相同；

函数 $y=\sqrt{x^2}$ 与 $y=x$ 定义域相同，解析式不同；

函数 $y=\sqrt[3]{(x+1)^3}$ 与 $y=x+1$ 定义域与解析式均相同，是同一函数，从而图象相同. 故选 D.

4. 对于 A，举反例 $a=-1$，$b=0$ 即可；对于 B，举反例 $a=c=0$，$b=d=-1$ 即可；由 $y=x^3$ 在 **R** 上单调递增可知 C 正确；对于 D，举反例 $a=c=1$，$b=0$，$d=-1$ 即可. 故选 C.

5. $a<0$ 时，$f(x)$的图象开口向下，$g(x)$的图象与 y 轴交于负半轴，故 A 错误，C 正确；
$a>0$ 时，$f(x)$的图象开口向上，$g(x)$的图象与 y 轴交于正半轴，故 D 错误，
又 $a>0$ 时，$f(x)$图象的对称轴在 y 轴左边，故 B 错误. 故选 C.

6. 由题意知 $n=-3m+4$，且 $m>0$，$n>0$，故 $\frac{3m+n}{4}=1$，从而 $\frac{3}{m}+\frac{1}{n}=(\frac{3}{m}+\frac{1}{n})\cdot\frac{3m+n}{4}$

$=\frac{1}{4}(9+1+\frac{3m}{n}+\frac{3n}{m})\geqslant 4$，当且仅当 $m=n=1$，等号成立. 故选 B.

7. 函数 $f(x-1)$的定义域是$[-1，3]$可得 $f(x)$的定义域是$[-2，2]$，

故对于函数 $f(\sqrt{x}-2)$，有 $-2\leqslant\sqrt{x}-2\leqslant 2$，解得 $0\leqslant x\leqslant 16$，

从而函数 $f(\sqrt{x}-2)$的定义域是$[0，16]$，故选 D.

8. 由对任意不相等的实数 x，y，恒有 $\frac{f(y)-f(x)}{x-y}>-2$，得

对任意不相等的实数 x，y，恒有 $\frac{f(y)-f(x)}{x-y}+2>0$，即 $\frac{f(y)-f(x)+2x-2y}{x-y}>0$，

令 $g(x)=f(x)-2x$，则对任意不相等的实数 x，y，恒有 $\frac{g(y)-g(x)}{x-y}>0$，即 $\frac{g(y)-g(x)}{y-x}<0$，

不妨设 $x<y$，则 $y-x>0$，

$\therefore g(y)-g(x)<0$，$g(x)>g(y)$，

于是 $g(x)$在 **R** 上单调递减.

$\therefore f(2x-1)<4x-3\Leftrightarrow f(2x-1)-2(2x-1)<-1=f(3)-2\times 3$

$\Leftrightarrow g(2x-1)<g(3)\Leftrightarrow 2x-1>3\Leftrightarrow x>2$，

$\therefore$不等式 $f(2x-1)<4x-3$ 的解集为 $(2，+\infty)$. 故选 D.

9. 由 $y=x^2+1\geqslant 1$ 知集合 $A=\{y|y\geqslant 1\}$，由 $y=x^2+2x+2=(x+1)^2+1\geqslant 1$ 知集合 $B=\{y|y\geqslant 1\}$，故 $A=B$，故选 CD.

10. 易知 A 正确，B 错误；
集合 $\{x|ax^2+2x+1=0\}$ 只有两个子集说明该集合是单元素集，即方程 $ax^2+2x+1=0$ 仅有一个根，从而 $a=0$ 或 $a=1$，C 错误；

$\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+1}}=\sqrt{x^2+1}+\frac{2}{\sqrt{x^2+1}}\geqslant 2\sqrt{2}$，当且仅当 $x=\pm 1$，等号成立，D 正确. 故选 AD.

11. 由"对勾"函数的单调性可知，函数 $y=x+\frac{1}{x}$ 在 $(2，+\infty)$ 单调递增，A 正确；

由 $y=x$ 在 $(2，+\infty)$ 单调递增，$y=\frac{1}{x}$ 在 $(2，+\infty)$ 单调递减，知 $y=x-\frac{1}{x}$ 在 $(2，+\infty)$ 单调递增，B 正确；

函数 $y=\frac{1}{4-x}$ 在 $x=4$ 处无定义，因此不可能在（2，$+\infty$）单调递增，C 错误；

函数 $y=\sqrt{x^2-4x+3}$ 的定义域为（$-\infty$，1]∪[3，$+\infty$），因此在（2，3）上没有定义，故不可能在（2，$+\infty$）单调递增，D 错误. 故选 AB.

12. **解法 1：** 由 $a+b=2$ 得 $\frac{3a}{b}+\frac{4}{ab}=\frac{3(2-b)}{b}+\frac{2(a+b)}{ab}=\frac{6}{b}-3+\frac{2}{b}+\frac{2}{a}=2(\frac{1}{a}+\frac{4}{b})-3$，

而 $\frac{1}{a}+\frac{4}{b}=(\frac{1}{a}+\frac{4}{b})\cdot\frac{a+b}{2}=\frac{1}{2}(1+4+\frac{b}{a}+\frac{4a}{b})\geqslant\frac{9}{2}$，当且仅当 $b=2a=\frac{4}{3}$，等号成立，

$\therefore \frac{3a}{b}+\frac{4}{ab}=2(\frac{1}{a}+\frac{4}{b})-3\geqslant 6$，当且仅当 $b=2a=\frac{4}{3}$，等号成立. 故选 BCD.

解法 2： 由 $a+b=2$ 得 $a=2-b$，$4=2(a+b)$，

于是 $\frac{3a}{b}+\frac{4}{ab}=\frac{3(2-b)}{b}+\frac{2(a+b)}{ab}=\frac{6}{b}-3+\frac{2}{b}+\frac{2}{a}=\frac{2}{a}+\frac{8}{b}-3$，

而 $\frac{2}{a}+\frac{8}{b}=(\frac{2}{a}+\frac{8}{b})\cdot\frac{a+b}{2}=1+4+\frac{b}{a}+\frac{4a}{b}\geqslant 9$，当且仅当 $b=2a=\frac{4}{3}$，等号成立，

$\therefore \frac{3a}{b}+\frac{4}{ab}=\frac{2}{a}+\frac{8}{b}-3\geqslant 6$，当且仅当 $b=2a=\frac{4}{3}$，等号成立. 故选 BCD.

13. 解不等式 $\frac{2x+1}{x+3}\leqslant 1$ 得 $-3<x\leqslant 2$，解不等式 $|x+2|\leqslant 3$ 得 $-5\leqslant x\leqslant 1$，

故 $A\cap B=\{x|-3<x\leqslant 1\}$.

14. **解法 1：** 令 $x=0$，得 $f(3)+2f(0)=3$，①

令 $x=3$，得 $f(0)+2f(3)=6$，②

联立①②解得 $f(3)=3$.

解法 2： $f(3-x)+2f(x)=x+3$，①

以 $3-x$ 换 x，代入①，得 $f(x)+2f(3-x)=6-x$，②

联立①②解得 $f(x)=x$，

$\therefore f(3)=3$.

15. 依题意，$f(x)$ 在 $[-2，0]$ 上的值域是 $g(x)$ 在 $[-1，1]$ 上的值域的子集，

易知 $f(x)$ 在 $[-2，0]$ 上的值域为 $[-1，1]$，

$\therefore g(x)_{max}\geqslant 1$ 且 $g(x)_{min}\leqslant -1$，

又 $g(x)=x^2-x+2a$ 的对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$，开口向上，

$x\in[-1，1]$ 时，$g(x)_{max}=g(-1)=2a+2$，$g(x)_{min}=g(\frac{1}{2})=2a-\frac{1}{4}$，

$2a+2\geqslant 1$ 且 $2a-\frac{1}{4}\leqslant -1$，

解得 $-\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant -\frac{3}{8}$，即 a 的取值范围为 $[-\frac{1}{2}，-\frac{3}{8}]$.

16. **解法 1：** $x>1$ 时，$4x^2-(3a+2)x+3a+7\geqslant 0$ 恒成立

$\Leftrightarrow 3a(x-1)\leqslant 4x^2-2x+7$ 恒成立

$\Leftrightarrow a\leqslant\frac{4x^2-2x+7}{3(x-1)}$ 恒成立，

令 $x-1=t(t>0)$，则 $\frac{4x^2-2x+7}{3(x-1)}=\frac{4(t+1)^2-2(t+1)+7}{3t}=\frac{1}{3}(4t+\frac{9}{t}+6)\geqslant 6$，

当且仅当 $t=\frac{3}{2}$，等号成立，

故 $a\leqslant 6$，即 a 的取值范围为（$-\infty$，6].

解法 2： 令 $f(x)=4x^2-(3a+2)x+3a+7$，

①当 $\frac{3a+2}{8}\leqslant 1$ 即 $a\leqslant 2$ 时，$f(x)$ 在（1，$+\infty$）单调递增，

$\therefore 4x^2-(3a+2)x+3a+7\geqslant 0$ 恒成立 $\Leftrightarrow f(x)\geqslant 0$ 恒成立 $\Leftrightarrow f(1)\geqslant 0\Leftrightarrow 9\geqslant 0$，恒成立；

②当 $\frac{3a+2}{8}>1$ 即 $a>2$ 时，$f(x)$ 在（1，$\frac{3a+2}{8}$）单调递减，在（$\frac{3a+2}{8}$，$+\infty$）单调递增，

$\therefore 4x^2-(3a+2)x+3a+7\geqslant 0$ 恒成立 $\Leftrightarrow f(x)\geqslant 0$ 恒成立 $\Leftrightarrow f(\frac{3a+2}{8})\geqslant 0\Leftrightarrow 3a+7-\frac{(3a+2)^2}{16}\geqslant 0$，

解得 $-2\leqslant a\leqslant 6$，

$\therefore 2<a\leqslant 6$，

综上所述，a 的取值范围为（$-\infty$，6].

17. 解：解不等式 $\frac{x+3}{x-2}>2$ 得 $2<x<7$，故集合 $B=\{x|2<x<7\}$，

（1）$m=2$ 时，集合 $A=\{x|1<x<5\}$，故 $A\cap B=\{x|2<x<5\}$.

（2）$\because A\cup B=B$，

$\therefore A\subseteq B$.

当 $A=\varnothing$ 时，$m-1\geqslant 2m+1$，$m\leqslant -2$；

当 $A\neq\varnothing$ 时，$2\leqslant m-1<2m+1\leqslant 7$，解得 $m=3$，

综上所述，m 的取值范围为（$-\infty$，-2]∪{3}.

18. **解法 1：**（1）由 $2x+3y=xy$ 得 $\frac{3}{x}+\frac{2}{y}=1$，

$\therefore x+y=(x+y)\cdot(\frac{3}{x}+\frac{2}{y})=3+2+\frac{3y}{x}+\frac{2x}{y}\geqslant 5+2\sqrt{6}$，

当且仅当 $x=\sqrt{6}+3$，$y=\sqrt{6}+2$，等号成立，

$\therefore x+y$ 的最小值为 $5+2\sqrt{6}$.

（2）$\because 2x+3y\geqslant 2\sqrt{6xy}$，$2x+3y=xy$，

$\therefore xy\geqslant 2\sqrt{6xy}$，

∴ $\sqrt{xy}\geqslant 2\sqrt{6}$，$xy\geqslant 24$，当且仅当 $x=6$，$y=4$，等号成立，

∴xy 的最小值为 24.

解法 2：由 $2x+3y=xy$ 得 $y=\frac{2x}{x-3}$，

由于 x，y 均为正数，故 $x-3>0$，

（1）$x+y=x+\frac{2x}{x-3}=x+\frac{2(x-3)+6}{x-3}=x+2+\frac{6}{x-3}=x-3+\frac{6}{x-3}+5\geqslant 5+2\sqrt{6}$，

当且仅当 $x=\sqrt{6}+3$ 等号成立.

∴$x+y$ 的最小值为 $5+2\sqrt{6}$.

（2）$xy=\frac{2x^2}{x-3}=\frac{2[(x-3)+3]^2}{x-3}=\frac{2(x-3)^2+12(x-3)+18}{x-3}=2(x-3)+\frac{18}{x-3}+12\geqslant 24$，

当且仅当 $x=6$ 等号成立，

∴xy 的最小值为 24.

19. 解：（1）由定义，当 $2x-1\geqslant 3$ 即 $x\geqslant 2$ 时，$f(x)=(2x-1)^2-3^2=4x^2-4x-8$，

当 $2x-1<3$ 即 $x<2$ 时，$f(x)=(2x-1)\cdot 3=6x-3$，

∴$f(x)=\begin{cases}4x^2-4x-8, & x\geq 2\\ 6x-3, & x<2\end{cases}$

（2）当 $x\geqslant 2$ 时，$f(x)<5$ 即 $4x^2-4x-8<7$，解得 $-\frac{3}{2}<x<\frac{5}{2}$，

∴$2\leqslant x<\frac{5}{2}$，

当 $x<2$ 时，$f(x)<7$ 即 $6x-3<7$，解得 $x<\frac{5}{3}$，

∴$x<\frac{5}{3}$，

综上所述，不等式 $f(x)<7$ 的解集为 $(-\infty,\frac{5}{3})\cup[2,\frac{5}{2})$.

20. 解：（1）依题意，有 $\begin{cases}60k_1+\frac{k_2}{60}=32\\ 75k_1+\frac{k_2}{75}=31\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k_1=\frac{1}{5}\\ k_2=1200\end{cases}$，

$P=\frac{1}{5}v+\frac{1200}{v}$，

设 $Q=\frac{n}{v}$，则有 $108=\frac{n}{60}$，

∴$n=6480$，

∴$Q=\frac{6480}{v}$，

∴$f(v)=8.1P+Q=1.62v+\frac{9720}{v}+\frac{6480}{v}=1.62v+\frac{16200}{v}$（$v\geqslant 30$）

（2）设收益为 $g(v)$，则 $g(v)=0.9\times5\times300-f(v)=1350-f(v)$，

由“对勾”函数的性质可知，$f(v)=1.62v+\frac{16200}{v}=1.62(v+\frac{10000}{v})$在（0，100）上单调递减，

∵$30\leqslant v\leqslant 80$，

∴$f(v)_{\min}=f(80)=332.1$，

∴$g(v)_{\max}=1350-f(v)_{\min}=1017.9$，

∴该车以 80 km/h 的速度行驶时，收益最大，最大收益是 1017.9 元.

21. 解：（1）∵$f(x)=(m^2-3m-3)x^{m-2}$是幂函数且在 $(0,+\infty)$ 单调递增，

∴$\begin{cases}m^2-3m-3=1\\ m-2>0\end{cases}$，解得 $m=4$，

∴$f(x)=x^2$.

（2）$f(x)\leqslant 4x+5$ 即 $x^2\leqslant 4x+5$，解得 $-1\leqslant x\leqslant 5$，

∴$g(x)$的定义域为$[-1,5]$.

又 $g(x)=2f(x)+a[f(x+1)-f(x)]=2x^2+a(2x+1)=2(x+\frac{a}{2})^2+a-\frac{a^2}{2}$，

∴当 $-\frac{a}{2}\leqslant -1$ 即 $a\geqslant 2$ 时，$g(x)_{\min}=g(-1)=2-a$，

当 $-1<-\frac{a}{2}<5$ 即 $-10<a<2$ 时，$g(x)_{\min}=g(-\frac{a}{2})=a-\frac{a^2}{2}$，

当 $-\frac{a}{2}\geqslant 5$ 即 $a\leqslant -10$ 时，$g(x)_{\min}=g(5)=11a+50$，

∴$h(a)=\begin{cases}2-a, & a\geq 2\\ a-\frac{a^2}{2}, & -10<a<2\\ 11a+50, & a\leq -10\end{cases}$.

22. （1）$f(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$，关于原点对称，

令 $x=y=0$，得 $f(0)=\frac{2f(0)}{1+[f(0)]^2}$，解得 $f(0)=0$ 或 $[f(0)]^2=1$，

又不存在 $x\in\mathbf{R}$，使得 $|f(x)|=1$，

∴$f(0)=0$，

令 $y=-x$，得 $\frac{f(x)+f(-x)}{1+f(x)f(-x)}=f(x-x)=f(0)=0$，

∴$f(x)+f(-x)=0$，$f(-x)=-f(x)$，

∴$f(x)$为奇函数.

（2）$x>0$ 时，$\frac{x}{2}>0$，$f(\frac{x}{2})>0$，

$\therefore f(x)=f(\frac{x}{2}+\frac{x}{2})=\frac{2f(\frac{x}{2})}{1+[f(\frac{x}{2})]^2}\leqslant 1$，当且仅当 $f(\frac{x}{2})=1$，等号成立，

又不存在 $x\in\mathbf{R}$，使得 $|f(x)|=1$，

$\therefore f(\frac{x}{2})\neq 1$，

$\therefore x>0$ 时，$0<f(x)<1$，

又 $f(x)$为奇函数，

$\therefore x<0$ 时，$f(x)=-f(-x)\in(-1,0)$，

$\therefore$ 对 $\forall x\in\mathbf{R}$，$-1<f(x)<1$，

任取 $x_1<x_2$，则 $x_2-x_1>0$，$f(x_2-x_1)>0$，

而 $f(x_2-x_1)=f[x_2+(-x_1)]=\frac{f(x_2)+f(-x_1)}{1+f(x_2)f(-x_1)}=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{1-f(x_2)f(x_1)}$，

$\therefore \frac{f(x_2)-f(x_1)}{1-f(x_2)f(x_1)}>0$，

又 $f(x_1)$，$f(x_2)\in(-1,1)$，

$\therefore f(x_1)f(x_2)\in(-1,1)$，

$\therefore 1-f(x_1)f(x_2)>0$，

$\therefore f(x_2)-f(x_1)>0$，$f(x_2)>f(x_1)$，

$\therefore f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上单调递增.

（3）**解法 1：** $f(2)=f(1+1)=\frac{2f(1)}{1+[f(1)]^2}=\frac{4}{5}$，

$\therefore \frac{4+5f(mx)}{5+4f(mx)}=\frac{\frac{4}{5}+f(mx)}{1+\frac{4}{5}f(mx)}=\frac{f(2)+f(mx)}{1+f(2)f(mx)}=f(2+mx)$，

$\frac{1+2f(mx^2)}{2+f(mx^2)}=\frac{\frac{1}{2}+f(mx^2)}{1+\frac{1}{2}f(mx^2)}=\frac{f(1)+f(mx^2)}{1+f(1)f(mx^2)}=f(1+mx^2)$，

$\because$ 不等式 $\frac{4+5f(mx)}{5+4f(mx)}>\frac{1+2f(mx^2)}{2+f(mx^2)}$ 对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 恒成立，

$\therefore f(2+mx)>f(1+mx^2)$对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 恒成立，

又 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，

$\therefore 2+mx>1+mx^2$ 对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 恒成立，即 $mx^2-mx-1<0$ 对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 恒成立，

当 $m=0$ 时，$mx^2-mx-1<0$ 对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 恒成立，

当 $m\neq 0$ 时，$mx^2-mx-1<0$ 对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 恒成立 $\Leftrightarrow m^2+4m<0$，解得 $-4<m<0$，

综上，$-4<m\leqslant 0$，

而函数 $g(x)=x^2-x-3$ 在 $(-4,0]$上单调递减，

$\therefore g(m)$的值域为$[-3,17)$.

解法 2： 由（2）可知 $f(mx)$，$f(mx^2)\in(-1,1)$，

$\therefore 5+4f(mx)>0$，$2+f(mx^2)>0$，$1-f(mx)f(mx^2)>0$，

$\therefore \frac{4+5f(mx)}{5+4f(mx)}>\frac{1+2f(mx^2)}{2+f(mx^2)}$

$\Leftrightarrow [4+5f(mx)]\cdot[2+f(mx^2)]>[5+4f(mx)]\cdot[1+2f(mx^2)]$

$\Leftrightarrow 5f(mx)f(mx^2)+10f(mx)+4f(mx^2)+8>8f(mx)f(mx^2)+4f(mx)+10f(mx^2)+5$

$\Leftrightarrow 3f(mx)f(mx^2)-6f(mx)+6f(mx^2)-3<0$

$\Leftrightarrow f(mx)f(mx^2)-2f(mx)+2f(mx^2)-1<0$

$\Leftrightarrow 1-f(mx)f(mx^2)>2f(mx^2)-2f(mx)$

$\Leftrightarrow \frac{f(mx^2)-f(mx)}{1-f(mx)f(mx^2)}<\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow f(mx^2-mx)<f(1)$，

$\because f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，

$\therefore mx^2-mx<1$ 恒成立.

下同解法 1.